Segunda Lista

MAT0122 – Álgebra Linear I

Prof. Daniel Victor Tausk

16/03/2014

Exercício 1. Determine os valores de $c \in \mathbb{R}$ para os quais os vetores:

$$(1, 0, c, c),\ (2, -1, 0, c),\ (3, -1, c^2, 2) \in \mathbb{R}^4$$

são linearmente independentes.

Exercício 2. Determine os valores de $a \in \mathbb{R}$ para os quais o polinômio $p(x) = a^2x^3 + 2(a-1)x^2 + a$ pertence ao subespaço de $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ gerado pelos polinômios:

$$p_1(x) = 1 + x^3,\ p_2(x) = 2 - x^2 + x^3.$$

Exercício 3. Em cada um dos itens abaixo, determine se S é um subespaço vetorial de V.

(a) $V = \mathbb{R}^n$, $S = \big\{x \in \mathbb{R}^n : x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ \ldots,\ x_n \geq 0\big\}$, onde $n \geq 1$;

(b) $V = \mathcal{P}(\mathbb{R})$, $S = \big\{p \in \mathcal{P}(\mathbb{R}) : p(1) + p(2) = 0\big\}$;

(c) $V = \mathbb{R}^2$, $S = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2xy\big\}$;

(d) V é o espaço vetorial das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, S é o conjunto das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, duas vezes deriváveis, tais que:

$$x^2 f''(x) - e^x f'(x) = 0, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}.$$

Exercício 4. O conjunto:

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right\}$$

é uma base do espaço vetorial $M_2(\mathbb{R})$. Determine as coordenadas na base $\mathcal{B}$ da matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Solução do Exercício 1. $c \neq 1$.

Solução do Exercício 2. $a = 1$, $a = 2$.

Solução do Exercício 3. (a) não; (b) sim; (c) sim; (d) sim.

Solução do Exercício 4. $(1, -1, -2, 3)$.