

## Segunda Lista

### MAT0112 – Vetores e Geometria

Prof. Daniel Victor Tausk

06/04/2018

**Definição.** Se  $\mathcal{B}$  e  $\mathcal{C}$  são bases de  $V^3$ , então a *matriz de mudança de base*  $M_{\mathcal{BC}}$  é a matriz que contém em suas colunas as coordenadas na base  $\mathcal{B}$  dos vetores da base  $\mathcal{C}$ .

**Exercício 1.** Sejam  $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  e  $\mathcal{C} = \{\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3\}$  bases de  $V^3$ . Suponha que:

$$\vec{f}_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_3, \quad \vec{f}_2 = \vec{e}_2 + \vec{e}_3 \quad \text{e} \quad \vec{f}_3 = \vec{e}_2 - \vec{e}_3.$$

Encontre as matrizes  $M_{\mathcal{BC}}$  e  $M_{\mathcal{CB}}$ .

**Exercício 2.** Sejam  $\mathcal{B}$  e  $\mathcal{C}$  bases de  $V^3$  e suponha que:

$$M_{\mathcal{BC}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se  $\vec{v} = (2, 3, 1)_{\mathcal{C}}$  e  $\vec{w} = (4, 0, 3)_{\mathcal{B}}$ , encontre  $[\vec{v}]_{\mathcal{B}}$  e  $[\vec{w}]_{\mathcal{C}}$ .

**Exercício 3.** Sejam  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{D}$  bases de  $V^3$  e suponha que:

$$\mathcal{M}_{\mathcal{BD}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathcal{M}_{\mathcal{CD}} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

Ache o determinante da matriz  $M_{\mathcal{BC}}$ .

**Respostas**

**Exercício 1.**  $M_{BC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$  e  $M_{CB} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .

**Exercício 2.**  $[\vec{v}]_{\mathcal{B}} = (9, -1, 7)$  e  $[\vec{w}]_{\mathcal{C}} = (1, 1, 1)$ .

**Exercício 3.**  $\det(M_{BC}) = -\frac{5}{6}$ .