# Segunda Lista

**MAT0111 – Cálculo Diferencial e Integral I**

Prof. Daniel Victor Tausk
23/03/2013

**Exercício 1.** Calcule os seguintes limites, quando existirem:

(a) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1}{\operatorname{sen} x}$;

(b) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x-1}$;

(c) $\lim_{x\to 1} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}$;

(d) $\lim_{x\to +\infty} \dfrac{\operatorname{sen} x}{x}$.

**Exercício 2.** Seja $k \in \mathbb{R}$ e considere a função $f : \left]-1, +\infty\right[ \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{k}{x+1}, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Determine os valores de $k$ para os quais a função $f$ é contínua.

**Exercício 3.** Sejam $f : D \to \mathbb{R}$, $g : D \to \mathbb{R}$, com $D \subset \mathbb{R}$, e seja $a \in D$. Mostre que se $f$ é contínua no ponto $a$ e $g$ não é contínua no ponto $a$ então $f + g$ não é contínua no ponto $a$. (Sugestão: use, de forma inteligente, o fato que a soma de funções contínuas no ponto $a$ é contínua no ponto $a$.) Dê um exemplo em que ambas $f$ e $g$ não são contínuas num ponto $a$, mas $f + g$ é contínua no ponto $a$.

**Exercício 4.** Considere a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 1$, se $x \in \mathbb{Q}$ e $f(x) = 0$, se $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$. Considere também a função $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $g(x) = xf(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$ (isto é, $g(x) = x$, se $x \in \mathbb{Q}$ e $g(x) = 0$, se $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$).

(a) Usando o fato que $f$ não é contínua em ponto algum, mostre que $g$ não é contínua no ponto $a$, para todo $a \in \mathbb{R}$ com $a \neq 0$;

(b) mostre que $g$ é contínua no ponto 0.