Primeira Lista

MAT0122 – Álgebra Linear I

Prof. Daniel Victor Tausk

01/03/2014

Exercício 1. Determine o conjunto solução do sistema linear abaixo.

$$\begin{cases} x + y - 2z + t = 1, \\ x - y + z - 3t = 2. \\ 2x + y + z + t = -1. \end{cases}$$

Exercício 2. Determine os valores de $m \in \mathbb{R}$ para os quais o sistema linear abaixo possui solução.

$$\begin{cases} x - y + z + t = m, \\ 2x + y + z - t = m^2, \\ 4x - y + 3z + t = 8. \end{cases}$$

Exercício 3. Determine, em função de $c \in \mathbb{R}$, a dimensão do conjunto solução do sistema linear homogêneo cuja matriz de coeficientes é:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & c \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & c-1 \\ c & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercício 4. Sejam u_1, u_2, ..., u_k vetores linearmente independentes em $\mathbb{R}^n$ e seja $\lambda \in \mathbb{R}$. Mostre que os vetores $u_1 + \lambda u_2$, u_2, ..., u_k são linearmente independentes.

Solução do Exercício 1. Uma possível maneira de apresentar o conjunto solução é:

$$\big\{(1,-2,-1,0)+t(6,-17,-2,7) : t \in \mathbb{R}\big\}.$$

Solução do Exercício 2. $m = 2$, $m = -4$.

Solução do Exercício 3. A dimensão é 2, para $c \neq 1$, e a dimensão é 3, para $c = 1$.

Solução do Exercício 4. Sejam $a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{R}$ tais que:

$$a_1(u_1 + \lambda u_2) + a_2 u_2 + \cdots + a_k u_k = 0.$$

Devemos mostrar que $a_1 = a_2 = \cdots = a_k = 0$. Temos:

$$a_1 u_1 + (\lambda a_1 + a_2) u_2 + \cdots + a_k u_k = 0.$$

Como u_1, ..., u_k são linearmente independentes, obtemos:

$$a_1 = 0, \lambda a_1 + a_2 = 0, \ldots, a_k = 0.$$

De $a_1 = 0$ e $\lambda a_1 + a_2 = 0$ vem $a_2 = 0$. Logo $a_1 = a_2 = \cdots = a_k = 0$.