

DIÁLOGOS TEMÁTICOS 6

HISTÓRIA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

AS RELAÇÕES ENTRE POSITIVISMO E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Cristina Dalva Van Berghem Motta

Mestranda FE-USP

crisberghem@yahoo.com.br

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos Brolezzi

brolezzi@ime.usp.br

Resumo: Neste trabalho, pretendemos discutir as influências do positivismo no ensino da Matemática no Brasil, tendo em vista que a Matemática representa o conhecimento positivo por excelência e que a filosofia positivista de August Comte alcançou grande sucesso nos meios científicos de nosso país no final do século XIX e no início do século XX. Faremos, então, um breve histórico sobre a constituição do positivismo e de sua difusão no Brasil, destacando o modo como foi aceito pela intelectualidade que aspirava mudanças políticas e sociais na sociedade monárquica da época. Continuando, apresentaremos seus reflexos na educação e na importância dada à Matemática na organização dos conhecimentos preconizada por Comte, inclusive com a indicação deste de livros didáticos de Geometria, Álgebra, Aritmética e Trigonometria. Também focaremos nossa atenção na importância dada pelos positivistas ao recurso à História como uma tentativa de dar significado ao ensino da Matemática e na discussão sobre a visão recapitulacionista característica do “princípio genético” para o ensino da Matemática, reforçada pela “lei dos três estados” de Comte. Por último, apresentaremos algumas das críticas ao legado positivista para a educação, principalmente com referência ao determinismo histórico e à não consideração dos fatores culturais presentes na filosofia positivista.

Um breve histórico sobre o positivismo e sua difusão no Brasil

As raízes do positivismo podem ser encontradas na antiguidade, no empirismo. Nos séculos XVI, XVII e XVIII, com Bacon, Hobbes e Hume, foram construídas as bases mais sistematizadas do positivismo, indicando que essa concepção de mundo se encontra nos pensamentos de filósofos de todos os tempos (Triviños, 1987:33).

Segundo Silva (1999), podemos diferenciar duas fases no desenvolvimento da história do positivismo que se refletem de maneiras diferentes no ensino no Brasil: o pré-positivismo (ou positivismo do século XVIII) e o positivismo de Comte, no início do século XIX.

O pré-positivismo (ou positivismo do século XVIII) originou-se na França e na Inglaterra e caracterizou-se pela aversão à religião e à metafísica, pelo empirismo e pela busca de simplicidade, clareza, representações exatas e precisas e uniformidade na metodologia de estudo de todas as ciências. Para Silva (1999), durante o período colonial e no início do império a influência marcante no Brasil é a do pré-positivismo propagado em Portugal por um pedagogo, Luís Antonio Verney (1713-1792) e por um político, o Marquês de Pombal (1699-1782), que orientaram a reforma educacional nesse país, tornando a Matemática disciplina obrigatória em todos os cursos da Universidade de Coimbra e criando a Faculdade de Matemática e a profissão de matemático em 1772 (na França as escolas especializadas seriam criadas após 1793).

Com a mesma concepção, funda-se a Academia Militar do Rio de Janeiro, em 1810, de caráter utilitarista e cientificista, tendo a Matemática como disciplina principal e voltada para as ciências experimentais.

Entretanto, a referência fundamental para o positivismo é Auguste Comte (1798-1857), um filósofo francês de formação politécnica, secretário de Henri de Saint-Simon (1760-1825, autor que, além de positivista, foi um dos fundadores do socialismo), professor de Matemática e escritor. Uma das principais obras de Comte é o “Curso de Filosofia Positiva”, em seis volumes, publicados entre 1830 e 1842.

Em sua Filosofia Positiva, Comte aplica às ciências sociais os métodos racionais utilizados na Matemática para extrair as leis que regem o desenvolvimento da sociedade, atribuindo um papel social à ciência. Assim, o positivismo busca classificar todos os fenômenos através de um reduzido número de leis naturais e invariáveis, sendo que o estudo dos fenômenos deve começar dos mais gerais ou mais simples e a partir deles conseguir a ordenação nas ciências, até alcançar os mais complicados ou particulares. A filosofia positiva é uma reflexão sobre as ciências, uma história da explicação racional da natureza que começa pela matemática e evolui até a sociologia, a ciência criada por Comte para investigar com objetividade as leis do desenvolvimento da sociedade, tendo como finalidade da inteligência humana a descoberta das leis naturais invariáveis de todos os fenômenos. O positivismo somente aceita como realidade fatos que possam ser observados, transformados em leis que forneçam o conhecimento objetivo dos dados e que permitam a previsão de novos fatos, criando a dimensão da neutralidade da ciência: o sábio investiga desinteressado das conseqüências práticas, tendo como propósito somente exprimir a realidade. Também afirma que há uma unidade metodológica de investigação, tanto para os fenômenos da natureza como para os fenômenos sociais, o que provoca uma distinção muito clara entre valores (que por não serem quantificáveis não podem se constituir em um conhecimento científico) e fatos (que são o objeto da ciência). (Triviños, 1987:38-39).

Como conseqüência, a ciência é vista como uma atividade governada por regras metodológicas e o método científico, através da lógica indutiva, capaz de superar os períodos de instabilidade no desenvolvimento da ciência, ou seja, o positivismo constitui-se através da racionalidade técnica. A ciência fornece o modelo do conhecimento da realidade que podemos alcançar e o progresso dos conhecimentos leva à evolução social. Esta ideologia é uma resposta às conseqüências da emergência do sistema capitalista e contrapõe-se ao liberalismo, paradigma dominante na época.

Com tais características, o positivismo francês de Comte começa a exercer sua influência no Brasil logo após o início do Império e encontra uma grande adesão entre os docentes e engenheiros da Academia Militar do Rio de Janeiro, se espalhando então para o restante do país. Uma das prováveis razões para o grande sucesso dessa filosofia entre os meios acadêmicos militares é que não havia no país uma tradição em pesquisa científica e o modelo da ciência construída como uma prática técnica estava de acordo com as aspirações dos alunos e docentes. Além disso, o positivismo encontrou em nosso país condições propícias à sua difusão, em um momento político de afirmação de uma nova burguesia formada por intelectuais, médicos, engenheiros e militares que lutava contra a monarquia, a influência do clero e o caráter feudal dos latifúndios e que via no positivismo fundamentado na ciência a base de uma política racional que reconciliasse a ordem e o progresso (Silva, 1999).

A difusão dos ideais positivistas no Brasil ocorreu não pela sua adoção pela maioria da população brasileira ou pela maioria da intelectualidade, mas sim pelo fato de que figuras proeminentes como Benjamin Constant, no exército e Júlio de Castilhos, na política, serem positivistas. Assim, indivíduos

isolados que atuaram nos diversos setores da vida brasileira, principalmente no início do período republicano, foram os responsáveis pela difusão das idéias de Comte. Especificamente na passagem Império-República, verificamos a decisiva influência do positivismo nas mudanças políticas e sociais que buscavam a construção de uma nova ordem, como por exemplo, as campanhas a favor da abolição da escravidão e pró-republicanas. Através da atuação de Benjamin Constant no Governo Provisório, os positivistas participaram ativamente da organização do novo regime, contribuindo na introdução do estudo das ciências e na revisão filosófica que procurava romper com a tradição das humanidades clássicas na educação. (Pires, 1998, 131-132).

A lei dos três estados e a organização dos conhecimentos na filosofia positivista de Comte

Para Comte, o progresso do conhecimento humano se realizaria por meio de três estados teóricos distintos: o estado teológico (no qual o homem explica as coisas e os acontecimentos através de seres ou forças sobrenaturais), o estado metafísico (quando há o recurso a entidades abstratas e idéias que expliquem os fatos) e o estado positivo (quando o homem explica as relações entre as coisas e os acontecimentos pela formulação de leis, renunciando a conhecer as causas e a natureza íntima das coisas). A sucessão dos três estados se daria em termos individuais (o homem seria teólogo na infância, metafísico na juventude e físico na virilidade) e em termos da História das Ciências, sendo que a Matemática teria sido a primeira ciência a libertar-se do pensamento teológico e metafísico para tornar-se positiva.

A lei dos três estados é o fundamento da filosofia positiva: ao mesmo tempo em que é uma teoria do conhecimento é também uma filosofia da história. O espírito positivo comtiano é relativo: nossas idéias dependem da situação histórica que vivemos, então o estudo dos fenômenos nunca será absoluto, e sim relativo às condições de nossa existência em termos individuais e sociais. A ordem da sociedade é permanente, enquanto que o indivíduo encontra-se submetido à consciência coletiva, ou seja, o sujeito das ciências humanas torna-se um objeto semelhante ao das ciências da natureza. O fim máximo do saber seria alcançar a previsão racional de nossas necessidades e criar a continuidade histórica e o equilíbrio social necessários para o lema político de Comte de "*ordem e progresso*". Ao aplicar a lei dos três estados na interpretação da realidade histórica, o filósofo associa o estado positivo à época industrial e fundamenta a ordem social ao poder mental e social da Humanidade, que seria a principal protagonista da História. A partir desta idéia, Comte cria "religião da humanidade" à qual concede o poder espiritual da organização social. (Marías, 1970:340,341).

Comte organizou os conhecimentos de modo sistemático e hierárquico, sem preocupar-se com a explicação e interpretação dos fenômenos, tidas como contrárias ao espírito positivo, por serem metafísicas ou teológicas. O pensamento de Comte parte do objetivo para o subjetivo, tentando a conciliação destes diferentes métodos. O estudo da filosofia positivista deveria ser feito de acordo com a seguinte ordenação: Matemática, Astronomia, Física, Química, Fisiologia e Física Social. Desse modo, a Matemática seria o ponto de partida da educação científica, pois os conhecimentos matemáticos traduzem o universo dentro de suas relações inteligíveis que pode ser verificada em termos humanos e sociais, subordinando a matemática ao humano. (Pires, 1998, p.16). Os fenômenos matemáticos são os mais simples e gerais, mais distantes da condição humana; enquanto os fenômenos sociológicos são mais complexos e particulares, mais próximos do homem (idem, p.33).

A hierarquia das ciências tem para Comte um sentido histórico e dogmático, científico e lógico: obedecem à ordem em que as ciências foram aparecendo e, principalmente, a ordem em que foram

atingindo o estado positivo. Além disso, as ciências estavam ordenadas em complexidade crescente, cada uma necessitando das anteriores e sendo necessária às seguintes. Também foram agrupadas de acordo com suas afinidades: matemática e astronomia, física e química e, finalmente, as ciências da vida: biologia e sociologia, as últimas a sair do estado teológico-metafísico (Marías, 1970:342).

A filosofia positiva seria um modo para se pensar a sociedade como um todo, atingindo através da hierarquia das ciências o conhecimento que leva ao progresso no pensar filosófico e no processo social. Comte considerava a Matemática e a Sociologia as ciências mais importantes: a Matemática pelo caráter universal de aplicação das leis geométricas e mecânicas e a Sociologia por tratar das indagações que conduzem à evolução histórica da humanidade. (Silva, 1999:56). Além disso, Comte atribuía um duplo caráter à Matemática: poderia ser vista como uma ciência natural (como uma física) ou como uma lógica, um método (servindo como base para a Filosofia Positiva), a partir do que ele a subdivide em Matemática abstrata e Matemática concreta (idem, p.43).

A influência do positivismo na educação

A filosofia positiva tem um caráter pedagógico muito grande, pois além de procurar reorganizar a sociedade através do estudo da ciência positiva também busca no ensino científico o suporte para que as ciências especializadas se desenvolvam.

A área da educação foi, sem dúvida, a que mais recebeu a influência do positivismo, que pregava a liberdade de ensino, provavelmente como uma forma de reação ao tipo de educação jesuítica predominante na época. Com isso, ao mesmo tempo em que as escolas particulares confessionais exerciam uma ação contrária ao positivismo, conseguiram graças à atuação positivista a abertura do mercado brasileiro para os estabelecimentos confessionais. São as escolas livres, como as de Direito e a Politécnica e as escolas e academias militares que se destacam pela formação de grande número de positivistas brasileiros. Deste modo, a criação de escolas técnicas esteve associada a uma orientação positivista, que via no ensino científico a base de uma educação racional, enquanto as instituições religiosas dedicaram-se a uma educação humanística. (Tambara, 2005, p. 170).

Ainda segundo Tambara (2005:173), além da ação pessoal de alguns positivistas nos diversos estabelecimentos de ensino, com destaque para a Escola Politécnica, Colégio Pedro II, Escola Militar do Rio de Janeiro, Colégio Militar, Escola Naval do Rio de Janeiro, Escola de Medicina, Escola Livre de Direito do Rio de Janeiro e Instituto Lafayette, encontramos a influência do positivismo também nas reformas de ensino elaboradas por Benjamin Constant, em 1890, e pelo Ministro Rivadávia Correia, em 1911.

A Reforma Benjamin Constant rompe com a tradição humanista clássica e a substitui pela científica, de acordo com a ordenação positivista de Comte (Matemática, Astronomia, Física, Química, Biologia, Sociologia e Moral). Entretanto, não foram eliminadas as disciplinas tradicionais (Latim e Grego), apenas acrescentou-se ao currículo anterior o estudo das disciplinas científicas, tornando o ensino secundário ainda mais enciclopédico. Os princípios orientadores da Reforma foram a liberdade e a laicidade do ensino e a gratuidade da escola primária. Além disso, pretendia tornar o ensino secundário formador e não apenas destinado à preparação ao ensino superior. (Miorim, 1998:88).

Com a expansão da indústria, o crescimento da agricultura e a ampliação dos centros urbanos ocorridos no início do século XX, a educação ganha maior importância e novas universidades são criadas. Em 1908, na realização do Quarto Congresso Internacional de Matemática, é aprovada a proposta de criação de uma Comissão Internacional de Ensino de Matemática, a ser presidida por Félix Klein. Os

trabalhos desenvolvidos pela Comissão avolumam-se rapidamente, desencadeando uma enorme quantidade de publicações e de discussões sobre Educação Matemática.

O declínio da influência positivista no ensino brasileiro de matemática se daria a partir da Reforma Francisco Campos (1931), que aceitou integralmente a proposta de reformulação do currículo de matemática apresentada pela Congregação do Colégio Pedro II, em 1928. Na elaboração desta proposta, baseada no Movimento Internacional para a Modernização do Ensino de Matemática, destaca-se a figura de Euclides Roxo, diretor do Colégio Pedro II e seguidor das idéias que Félix Klein defendia através da Comissão Internacional de Ensino de Matemática.

Assim, a Reforma Francisco Campos estabelece a união das disciplinas matemáticas englobadas sob o título de Matemática e busca compatibilizar a modernização dos conteúdos e métodos do ensino secundário com todos os pontos da proposta de Euclides Roxo, adotando como idéia central do ensino a noção de função, que deveria fazer a conexão entre os tratamentos algébricos, aritméticos e geométricos dos conceitos. (Miorim, 1998:91,92).

A adoção, no Brasil, da ideologia positivista nos livros didáticos de Matemática

Em 1851, Comte publicou uma relação de 150 obras, classificadas em quatro categorias: Poesia, Ciência, História e Síntese. Na divisão Ciência, ele fez uma indicação de livros didáticos para o aprendizado da Matemática: a Aritmética de Condorcet, a Álgebra e a Geometria de Clairaut e a Trigonometria de Lacroix ou de Legendre.

A obra *Elements de géométrie*, de Aléxis Claude Clairaut, de 1741, adota a apresentação de métodos produzidos historicamente e de observações sobre temas e personagens da história da matemática, o que vai de encontro com as considerações de Comte sobre a geometria, que seria uma ciência natural baseada na observação. A geometria de Clairaut contraria as preocupações com o rigor e o formalismo características dos estudos geométricos através dos *Elementos*, de Euclides, e procura facilitar o aprendizado da geometria com a introdução de aplicações práticas, por meio do fio condutor da história, através do tema das medidas de terras. O livro escrito por Clairaut segue um encadeamento lógico das proposições, manifestando pela primeira vez uma preocupação com a “eficiência psicológica” das demonstrações e tornando-se uma referência para uma pedagogia psicológica da Matemática. (Miorim, 1998:49).

A Aritmética de Condorcet também está de acordo com a filosofia de Comte: em 1792, Condorcet, envolvido com o projeto enciclopedista da escolarização francesa, havia apresentado à Assembléia Nacional um plano para o ensino científico que colocava a Matemática como elemento fundamental, tornava a Física experimental e acentuava as aplicações úteis da Química e das Ciências Naturais. Lacroix e Legendre também foram autores utilizados nos liceus e escolas militares franceses, e indicados no Brasil pela Carta Régia que criou a Academia Militar em 1810. (Valente, 2000:204).

Ainda de acordo com Valente (2000), até o advento da República a Matemática escolar seguiu as obras didáticas de Cristiano Benedito Ottoni, de inspiração francesa e estruturada com uma apresentação teórica seguida de um exemplo numérico, sem exercícios para os alunos. Entretanto, após a República, o Colégio Pedro II, que orientava o ensino secundário do restante do país, adota em 1891 os textos de Aritmética e Álgebra do professor Adelino Serrasqueiro e em 1898 o de Geometria do professor Timótheo Pereira. Tais textos passam a incluir exercícios (com ou sem resposta no final) e resumos, demonstrando a preocupação com seu uso pelos alunos. Outros autores, como Aarão e Lucano Reis (escritores da

Aritmética “dos Reis”), procuraram incorporar elementos positivistas em seus textos, sem maiores resultados práticos, pois desde Ottoni os pontos e conteúdos a ensinar já estavam definidos. Também com relação à geometria, Valente (2000:209) afirma que a preocupação em seguir a orientação de Comte na adoção da obra de Clairaut, escrita em 1741, é a única justificativa para a utilização da tradução desta obra e da geometria positivista de Francisco Cabrita, dela adaptada, até os anos 90 do século XIX no Brasil, sendo que a referência brasileira para o ensino da geometria é a geometria abstrata, e não a intuitiva preconizada por Clairaut, conforme se constata pelas exigências feitas nos exames de ingresso nas instituições superiores.

Pires (1998:274), após analisar livros didáticos de geometria do período de 1850 a 1930 (principalmente de professores de Escolas Militares), verifica que a ideologia positivista teve uma influência incontestável na apresentação da geometria nestas obras. Silva (1999:253) também destaca o alastramento do positivismo nos livros textos de matemática, intensificados com a difusão por Benjamin Constant do livro de Geometria Analítica de Comte nas escolas militares, em substituição ao livro-texto de Lacroix.

A orientação positivista para a adoção da História da Matemática como recurso pedagógico

Em Miguel & Miorim (2004:38) encontramos a afirmação de que a influência do positivismo no Brasil foi um fator decisivo para a participação da História da Matemática em livros didáticos e propostas oficiais brasileiras.

Como uma extensão da lei dos três estados, Comte postula uma similaridade entre o modo de investigar e explicar os fenômenos naturais e sociais pelo indivíduo em sua história pessoal e a humanidade na História, de maneira semelhante ao que seria defendido mais tarde pelos defensores do “princípio genético”. (Miguel & Miorim, 2004:74).

O “princípio genético” tem origem em uma lei biogenética defendida por Ernst Haeckel (1834-1919), que faz a seguinte afirmação: “a ontogenia recapitula a filogenia”, ou seja, o desenvolvimento do embrião humano retrança os estágios pelos quais seus ancestrais adultos haviam passado. Em pedagogia, tal princípio é ligado à idéia de que o aluno percorre em seu aprendizado as mesmas etapas historicamente percorridas para a construção de um conceito e serviu de justificativa para a elaboração de currículos de matemática com um enfoque recapitulacionista da evolução dos conceitos, que estabelece uma subordinação determinista do presente em relação ao passado.

Para Comte, ao expor a ciência pelo caminho histórico teríamos condições de refazer a ciência por meio do estudo sucessivo e em ordem cronológica da constituição dos diversos sistemas de idéias, sem a exigência de conhecimentos prévios e mantendo uma visão conjunta do progresso da ciência.

Tal orientação foi seguida de diferentes maneiras pelos autores positivistas, como por exemplo, através de textos históricos incluídos em notas de rodapé (como no *Curso Elementar de Matemática: Álgebra*, de 1902, de Aarão Reis) e da tradução da obra de Clairaut, que toma a história como fio orientador da produção de sua obra.

Como consequência dessa concepção de produção do conhecimento no plano psicogenético, a Matemática passa a ser vista como um corpo cumulativo de conhecimentos seqüenciais e ordenados hierarquicamente, e a adoção ao recurso à história baseada na ordem cronológica da constituição dos conteúdos a serem ensinados. (Miguel & Miorim, 2004:81).

Ainda de acordo com Miguel & Miorim (2004:82), a influência positivista na adoção da História da Matemática também pode ser percebida nas justificativas de Félix Klein e de Poincaré. Klein, ao defender que o ensino da Matemática deveria ser feito do mesmo modo que a humanidade desenvolveu o conhecimento matemático, do mais simples ao mais abstrato e elevado. Poincaré ao atribuir à história a função de levar os estudantes a percorrerem os caminhos da construção do rigor matemático.

Além das repercussões na perspectiva de adoção da História da Matemática, a visão evolucionista da construção do conhecimento matemático exerceu uma grande influência na elaboração de programas de ensino de Matemática, através da estruturação de uma seqüência pedagógica que deveria acompanhar as etapas cronológicas que a Matemática teria passado na história. Como exemplo, encontramos a citação de Miguel & Miorim (2004:84) do capítulo introdutório do livro *A Matemática: seu conteúdo, métodos e significados*, escrita pelos matemáticos russos Aleksandrov, Kolmogorov, Laurentiev e outros, que afirmavam ser objeto de ensino da escola primária os resultados básicos da aritmética e da geometria; da escola secundária a matemática elementar; do ensino superior que não se dedique exclusivamente às Humanidades, os fundamentos da análise, a teoria das equações diferenciais e a álgebra superior e, finalmente, a atribuição do estudo das idéias e resultados da matemática atual aos departamentos universitários de Matemática e Física.

Entretanto, a concepção comtiana de que a filosofia positiva havia alcançado o estado definitivo da mente cria uma visão determinista da história, como se a evolução seguisse um único caminho possível em direção ao futuro. Para Comte, a racionalidade técnica persegue as leis invariáveis que regem os fenômenos e deste modo a ciência apresenta o modo como as situações devem ocorrer, adquirindo a capacidade de prever a evolução dos fatos. Assim, não há espaço para os mitos, para as crenças e para a religião, reservando para a filosofia apenas o papel de sistematizar as ciências, sem julgamento de valores.

Críticas ao legado positivista para a educação

No pensamento positivo, a ciência torna-se a base da filosofia racional, envolvida no entendimento e controle da sociedade: a razão substitui o nome de Deus como instrumento de leitura do mundo, da construção do conhecimento e da definição do destino humano em termos de liberdade e responsabilidade. O ensino, em decorrência dessa visão racionalista, estrutura-se com a preocupação de manter a ordem e a reprodução da sociedade e concebe o aluno como quem recebe, processa e devolve informações

A epistemologia positivista criou uma concepção coerente com a racionalidade da filosofia e da ciência moderna ao considerar o pensamento e a lógica formal como padrões ideais e o conhecimento cotidiano como deficitário, intuitivo, particularista e concreto. Assim, o pensamento abstrato e científico é considerado o nível mais evoluído de conhecimento, resultado do progresso individual e coletivo, e seu desenvolvimento, tanto no plano ontogenético quanto no plano filogenético, implicaria no desaparecimento do conhecimento cotidiano. (Gómez-Granell, 2002:16).

Para esta autora, sob a visão de racionalidade positivista ocorre uma delimitação do raciocínio humano, que aplica o pensamento científico e o pensamento cotidiano em situações específicas e distintas, em diferentes tipos de atividades, sendo que em um mesmo indivíduo podemos perceber formas de pensamento cotidiano e de pensamento científico. Ao mesmo tempo, o conhecimento científico envolve uma necessidade de explicitação e de racionalização que ficou socialmente atribuída à escola, através da “transposição didática” dos conteúdos. Ocorre que o conhecimento escolar não é o conhecimento científico, como também não é o conhecimento cotidiano. A apresentação a - histórica das descobertas científicas

elimina a dialética dos processos criativos e colabora para uma falsa imagem da neutralidade do conhecimento científico, entre outras questões que ignoram as formas próprias do conhecimento cotidiano.

Além disso, a visão positivista de que o único conhecimento verdadeiro é o produzido pela ciência com a aplicação do método experimental-matemático obriga o pesquisador a estudar a realidade através de partes isoladas e fixas. Triviños (1987:36) dá como exemplo os estudos sobre fracasso escolar que, ao invés de abordarem a dinâmica dos fatos, buscavam relações simples com fatos como anos de magistério dos professores, grau de formação profissional, nível sócio-econômico, etc. O positivismo reconhece apenas dois tipos de conhecimentos científicos: o empírico (encontrado nas ciências naturais) e o lógico (constituído pela lógica e pela matemática). Isto faz com que as ciências em seu conjunto sejam elaboradas por modelos matemáticos e estatísticos, dando um caráter fragmentário e disperso ao saber científico. Por outro lado, ao aceitar como realidade somente os fatos que possam ser estudados, o positivismo também apóia a tese behaviorista de que os estados mentais podem ser analisados pela observação de suas manifestações no comportamento, eliminando assim a importância dos fatores culturais.

Ainda de acordo com Triviños (1987:37), a neutralidade do conhecimento positivo garantida pela objetividade do cientista ignora a influência dos fatores humanos na pesquisa e o princípio da verificação, ao afirmar que só é verdadeiro o que pode ser empiricamente confirmável, acaba por limitar o conhecimento científico à experiência sensorial. Com isso, os valores culturais, as condições históricas e as diferentes condutas humanas são ignorados na unificação metodológica positivista para tratar a ciência natural e a ciência social.

Referências bibliográficas

BENOIT, Lelita O., *Progresso dentro da ordem: a filosofia positivista no Brasil*. In: História Viva Grandes Temas: Herança Francesa, nº 9. São Paulo: Duetto Editorial Ltda.

CARVALHO, José M., Os positivistas. In: A Revista de História da Biblioteca Nacional. Ano 1, nº 1, julho de 2005.

COMTE, Auguste. Discurso sobre o espírito positivo: ordem e progresso. Trad: Renato B. R. Pereira, revista por Ivan Lins. Porto Alegre, Globo; São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1976.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen, *Rumo a uma epistemologia do conhecimento escolar: o caso da educação matemática*. In: Domínios do Conhecimento, Prática Educativa e Formação de Professores – A Construção do conhecimento escolar 2 – tradução Cláudia Schilling. 1ª ed, 2ª impressão. São Paulo: Editora Ática, 2002.

MARÍAS, Julián. História de la Filosofía. - 22ª ed.- Madrid: Editorial Revista de Occidente, 1970.

MIGUEL, Antonio e MIORIM, Maria A., *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIORIM, Maria A., *Introdução à História da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

PIRES, RUTE C., *A Geometria dos Positivistas Brasileiros*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 1998.

SILVA, Circe M. S. da, *A Matemática Positivista e sua difusão no Brasil*. Vitória: EDUFES, 1999.

TAMBARA, Elomar, *Educação e positivismo no Brasil*. In: STEPHANOU, Maria e BASTOS, Maria H.C., Histórias e Memórias da Educação no Brasil. Vol. II – Século XIX.

Petrópolis, RJ: Vozes, 2005.

TRIVIÑOS, Augusto N. S., *Introdução à Pesquisa em Ciências Sociais: A Pesquisa Qualitativa em Educação*. São Paulo: Atlas, 1987.

VALENTE, Wagner R., *Positivismo e Matemática Escolar nos Livros Didáticos no Advento da República*. In: *Cadernos de Pesquisa – Fundação Carlos Chagas*, março de 2000, nº 109. Campinas: Editora Autores Associados Ltda.

GEOMETRIA DINÂMICA E GEOMETRIA PRÁTICA: UMA REFLEXÃO ENTRE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Leda Maria Bastoni Talavera
UNINOVE/SP (Mestranda -FEUSP)

ledambt@yahoo.com.br

Antonio Carlos Brolezzi

IME-USP (Orientador)

brolezzi@ime.usp.br

... Numa dada época, para o ensino de uma disciplina, todos os livros didáticos dizem a mesma coisa, ou quase isso. Os conceitos ensinados, a terminologia adotada, a organização da seqüência de ensino e dos capítulos o conjunto de exemplos fundamentais utilizados ou o tipo de exercícios praticados são idênticos. (VALENTE, Wagner Rodrigues. *Artigo: Mello e Souza e a Crítica nos livros didáticos de Matemática, demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan*. Revista Brasileira de História da Matemática Vol. IV nº 8., p.173).

Resumo: Este trabalho tem como objetivo mostrar que o estudo da geometria, especificamente da Parábola, encontrado no livro de Olavo Freire “Geometria Prática” (1894) e o uso de Softwares de Geometria Dinâmica, têm em comum a intenção de que o aluno se aproprie do pensamento geométrico no estudo da Geometria. É sugerido o uso da História da Matemática como facilitador da compreensão do processo que moveu alguns matemáticos a descobrir a diferença entre Parábola e Catenária, figuras confundidas diversas vezes até por matemáticos e em livros didáticos.

Palavra-chave: Geometria Prática, Geometria Dinâmica, História da Matemática, Parábola e Catenária.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo encontrar argumentos que possam ser indicadores de analogias entre o estilo do ensino da geometria, no caso específico do estudo da Parábola como abordado no livro de Olavo Freire de 1894, e propostas atuais, usando-se por exemplo softwares de Geometria Dinâmica como recurso. Tais propostas distantes no tempo e no estilo mostram entretanto o mesmo conceito, usam terminologias diferentes e têm em comum a intenção de que o aluno se aproprie do Pensamento Geométrico, investigando, conjecturando e comparando resultados em suas construções geométricas.

Em relação ao uso de softwares de geometria dinâmica temos: “*O nosso cotidiano está impregnado pelo uso das tecnologias, principalmente no que se refere ao uso da informática e aplicação de softwares, sendo este herdeiro de uma construção histórica, sendo ao mesmo tempo técnica e ferramenta para o raciocínio abstrato*” (Talavera, p.313, 2003)

Tomamos o estudo da Parábola que está na p. 396 a 408 do livro: Geometria Prática de Olavo Freire, o autor define: foco de uma Parábola, raio vetor, parâmetro, tangente, normal, diâmetro, corda e a propriedade fundamental da Parábola juntamente com construções com compasso e esquadros.

Sobre a verificação da aprendizagem o autor elenca várias perguntas, tentativa de aproximação dialógica do professor para com o aluno que citaremos no decorrer desse artigo.

Há de se salientar quanto à obra Geometria Prática de Olavo Freire o artigo “Algumas opiniões sobre a primeira edição” publicado pelo Jornal do Comércio em 29 de março de 1895:

...”Por ele a geometria elementar pode ser ensinada com grande vantagem nas escolas de instrução primária”.

Ainda sobre o livro de Olavo Freire, o jornal “O democrata Federal (S. Paulo) 15 de maio de 1895 publicou:

“ Pela sua clareza de exposição e pela distribuição metódica das matérias, torna-se o presente opúsculo um livro de grande utilidade para os principiantes, principalmente se considerarmos que no gênero, raros são os autores, que se prestam pela precisão e clareza, á a aprendizagemdos jovens estudantes”.

Os livros didáticos são fontes importantes para termos a idéia do ensino de matemática de uma dada época, de um determinado local, dentro de determinado contexto histórico-político.

Questionamos-nos sobre o livro didático e Olavo Freire “Geometria Prática”, foi indicado para Exames, se foi adotado pelo Colégio D. Pedro II do Rio de Janeiro, que era a referência do ensino de matemática no Brasil. Segundo Silva : “ *A obra de Olavo Freire rompe definitivamente com o estilo euclidiano.....o livro foi acolhido e teve na imprensa o desejo de mudança no ensino de Geometria nas escolas.*”

Há de se ter cuidado, pois os livros didáticos têm um discurso da matemática e não da história da Matemática de sua época, e o número de exemplares vendidos não significa um indicador de que o livro foi realmente utilizado pelos alunos, pois as escolas podem adquiri-lo e este não chegar à mão do educando!

Uma abordagem histórica

Grosso modo, pode-se dizer que o pensamento científico surge na Grécia por volta do séc. VI a. C. com Tales de Mileto. O advento da Filosofia na Grécia marca o declínio do pensamento mítico, que é uma forma de discurso figurado, dando lugar ao pensamento filosófico-científico.

Essas duas formas de pensamento - a mítica e a filosófico-científica - conviveram, principalmente porque o pensamento científico surgiu nas colônias gregas da Jônia, no que é hoje a península da Anatólia na Turquia. Talvez por ser um lugar de portos e contatos comerciais, o pensamento mítico teria enfraquecido dando lugar à esse pensamento científico do qual somos herdeiros.

Com o início da Ciência Moderna, que combinou pela primeira vez os métodos experimental e indutivo com a dedução matemática, ou seja, que rompeu a barreira existente entre a tradição artesanal e a culta, entre a razão e a experiência, surgem alguns nomes importantes que representam essa transição, como: Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727). As matemáticas passaram a desempenhar um novo e importante papel: o de ferramenta necessária à explicação de fenômenos.

Estavam, portanto, delineados os princípios básicos da nova pedagogia, que, complementados pelas experiências práticas e pelas novas idéias, orientariam a educação dos séculos seguintes.

Estava abalado o conceito disciplinar de educação, para o qual a matemática, em sua abordagem dedutiva, euclidiana, era elemento fundamental.

Até então, havia a concepção de que o estudo da matemática por meio de atividade de caráter estritamente intelectual, desvinculada da prática desenvolvia algumas faculdades da mente. Isso pode ser confirmado pelo trecho abaixo:

(...) se quiserdes que um homem raciocine bem, deveis acostumá-lo a isto de antemão, a exercitar se espírito em observar a conexão das idéias e a segui-las em sua seqüência. Não consegui isto melhor que as matemáticas. (Miorim, p.44)

Escolhemos a geometria como a área do conhecimento matemático que tem sido reduzida em sua demonstração e importância, mas que encontra na história da matemática a visão de filósofos que consideram a geometria o caminho que levava ao conhecimento.

Platão dava grande valor à geometria como preparação para a filosofia, e sua teoria sobre a compreensão de todas as coisas, caminha para um raciocínio puramente abstrato, por isso teria mandado gravar na entrada da Academia os dizeres “*Não passe destes portões quem não tiver estudado geometria*”.

Reforçando a importância do estudo da geometria segundo Machado:

“Aprender geometria é criarmos-nos uma atitude de matemático que permite verificar, por ela mesma, a exatidão dos teoremas, compreendê-los e, portanto, aprendê-los e finalmente desenvolvê-lo, refazer por si mesma o caminho que conduz a determinada demonstração e continuar esse caminho ou, pelo menos, pressenti-lhe o prolongamento”.

A mudança de postura com relação às atitudes práticas, em especial com relação à geometria experimental, e que refletia o ponto de vista utilitário do séc. XVIII, não poderia deixar de influenciar muitas escolas da época que ainda estavam baseadas no ensino da geometria no sistema dedutivo euclidiano.

Neste panorama, quer se criar uma hipótese de que o conhecimento pode ser adquirido através da experiência e estas experiências pode gerar uma técnica que poderá beneficiar a criação de novos conhecimentos.

Nosso objetivo então, ao se escolher a obra de Olavo Freire e o uso softwares de geometria dinâmica é mostrar que mesmo estando em épocas diferentes e contextos históricos particulares de uma época, ambos se preocupam com que o aluno se aproprie do pensamento geométrico.

Ao se estudar geometria, no nosso caso particularmente o tema da Parábola, quer se mostrar que há preocupação com que o aluno saiba construir uma Parábola com compasso, no caso da geometria dinâmica o compasso eletrônico. A partir dessa construção geométrica, pode-se destacar as propriedades fundamentais da parábola, estudar a distância focal à diretriz, traçar uma tangente por um ponto qualquer dessa Parábola, verificar seu eixo de simetria e destacar um segmento parabólico que é definido no livro de Olavo Freire como: “*A porção de superfície compreendida entre trecho da parábola e uma corda perpendicular ao eixo é um segmento parabólico.*”

Com o advento dos softwares de geometria dinâmica na década e 80, sendo alguns comerciais como, por exemplo, o *Cabri Géomètre II*, freeware o *Igeom* ou shareware como o caso do *Shetchpad*, todos esses softwares tem por finalidade o estudo e a construção de figuras geométricas planas e não plana, com algumas vantagens em relação ao compasso comum. Uma dessas vantagens é poder movimentar a figura na tela do computador à partir da manipulação do mouse, verificando pela função de “arrastar” da figura suas propriedades e medidas.

Esse ambiente fértil, proporcionado pelo uso de softwares de geometria dinâmica, faz com que o aluno, ao manipular a figura, levante hipóteses e problemas que muitas vezes não seriam possíveis apenas com o uso do compasso comum. Com a construção de uma figura geométrica à partir dos softwares de

geometria dinâmica é possível se fazer inúmeros testes tempo real, e no caso do compasso comum temos uma construção e apenas um teste, pois a figura nos mostra estática.

Portanto, com o advento dos softwares de geometria dinâmica, é possível hoje se estudar geometria de uma forma interativa e experimental. Citaremos um artigo que saiu no jornal “O ESTADO DE S. PAULO” em 11/04/2005, intitulado: *Computador já é regra em escolas de SP: mas isso é bom?* Indica que 100% dos estabelecimentos de ensino na rede municipal têm laboratórios de informática. Na rede pública do Estado, o número é de 50,4%.

“Muitos educadores acreditam que a tecnologia acelera o processo de aprendizagem, cria novas ferramentas de ensino e amplia os horizontes dos alunos.”(O Estado de S.Paulo. L1, 2005).

Segundo a entrevista feita com Prof^o Frederic Michael Litto da Escola do Futuro/USP , suas palavras foram: *“Sentar todo dia em uma classe para ver uma aula de matemática é muito sacal para essa geração”*. .”(O Estado de S.Paulo. L1, 2005).

Então, não iremos discutir a viabilidade ou não do uso do computador em sala de aula, porque ele já está incorporado no nosso dia- a -dia, mas sim, de que forma poderemos utilizar essa tecnologia à favor de nossas aulas e do ensino aprendizagem da geometria pelos alunos.

A Matemática como sistema formal, logicamente estruturado a partir de um conjunto de premissas e empregando regras de raciocínio preestabelecidas, tem sua fase de fundação na civilização grega, no período que vai aproximadamente de 700 AC a 300 DC, e atingiu sua maturidade no século XIX, com o surgimento da Teoria dos Conjuntos e o desenvolvimento da Lógica Matemática. O chamado “método axiomático” assume, na Matemática, sua expressão mais completa, e a “demonstração” tem sido a única forma de validação, na comunidade científica, dos seus resultados.

A Matemática não é, apesar disso, uma ciência puramente dedutiva. Na verdade, a construção do saber matemático é feita muito freqüentemente de forma indutiva. A partir da observação de casos particulares, as regularidades são desvendadas e as hipóteses gerais são formuladas. Esse caráter experimental da Matemática é, em geral, pouco destacado.

Ao longo de sua história a Matemática conviveu sempre com a reflexão de natureza filosófica, em suas vertentes da epistemologia e da lógica. As concepções atuais indicam que o conhecimento matemático reveste-se de um papel importante no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar, de inferir, de raciocinar dentro de uma determinada lógica, e é isso que os softwares de geometria dinâmica podem favorecer nas aulas de matemática, situações em que o aluno possa através de suas construções geométricas conjecturarem á respeito das propriedades confirmando ou não hipóteses, avançando em relação ao seu pensamento geométrico.

Voltaremos a discutir os softwares de geometria dinâmica com maiores detalhes juntamente com a construção geométrica da Parábola e da Catenária, sendo destacada a interessante história que envolve a curva Catenária e a cônica Parábola.

História da Matemática e Educação Matemática

Muitas são as discussões sobre o uso da História da Matemática nas aulas de matemática, e em muitos livros didáticos a História da Matemática aparece apenas como ilustração á um tópico á ser desenvolvido em sala de aula.

Os estudantes do ensino fundamental e médio e mesmo muitos professores de matemática, não conhecem a história do tópico que será desenvolvido na sala de aula. A importância de se conhecer a história, as dificuldades e as motivações que levaram os Matemáticos a estudar tal assunto em sua época e no contexto histórico em que estava inserido. Segundo Brolezzi:

“Propomos que é imprescindível conhecer a história para poder recheiar o ensino de ligações entre os conceitos, de exemplos de aplicações, de diferentes modos de pensar, de diferentes linguagens, de problemas interessantes, de jogos e de toda a cultura matemática fornecida pelo estudo da história”.(p.265,2003)

A História da Ciência e a História da Matemática se difundem ao longo da história. A história das idéias, e principalmente a história das idéias matemáticas, não foge a essa regra. Muito se investiu na procura de respostas para entender como o homem ao longo história pensou à respeito de um determinado assunto, como era esse pensamento, se as questões que o afligiam são as mesmas de hoje, se o homem moderno do nosso século pensa tal como pensaram nossos antepassados.

Mas em relação à Matemática, sabemos que em civilizações antigas predominava uma matemática pragmática e a geometria tem aí suas raízes. Muitos outros trabalhos procuraram compreender e explicar como teria sido possível o surgimento entre os gregos, da própria matemática teórica ou científica, de uma matemática baseada em princípios.

Segundo Miguel:[...] *trabalhos mais recentes no campo da história da matemática, como por exemplo, os de Paulus Gerdes, os quais tem penetrado e lançando luz, com o auxílio do método etnográfico, sobre o surgimento histórico de noções geométricas em épocas muito anteriores àquela da constituição da matemática como disciplina científica.*

Os matemáticos gregos ilegitimamente passam a serem vistos como crianças em relação aos matemáticos adultos de nosso tempo. Cada época traz em seu contexto problemas sociais e políticos. As dificuldades que ocorreram em uma determinada época não se espelham posteriormente. Há uma necessidade que poderia governar o curso do processo de construção do pensamento matemático pelo indivíduo com a cooperação de outros. Um excelente exemplo que lembramos nesse momento é o que foi dito por Sir Isaac Newton *“ Se enxerguei mais longe é porque me apoiei nos ombros de gigantes”.*

Ao contrário de muitas outras áreas da ciência a matemática se constrói como um edifício, um tijolo após outro, uma nova teoria é incorporada sem se descartar a anterior, é o que aconteceu com a geometria euclidiana e a não euclidiana ao longo da história.

Geometria Prática de Olavo Freire

A origem dos livros didáticos de geometria não é diferente dos anteriores de aritmética e de álgebra. Segundo Valente : *Trata-se novamente de encomenda feita por La Mennais a Querret, o livro sai em 1836, era um pequeno livro de 118 páginas e, como ocorria na época, todas as figuras estavam colocadas em pranchas no fim do livro.*

Os objetivos de La Mennais era ligar o ensino na matemática á situações práticas, não sendo diferente com a geometria. O livro apresentava a geometria como forma de resolver problemas gráficos, e apresentava algumas noções de trigonometria.

A partir de 1858, surge um movimento onde as instituições começam a publicar seus próprios livros, aparecendo compêndios de várias disciplinas produzidos pelos professores de suas respectivas Instituições.

Em 1895, sai um livro na França pela Livrarie Classique de F.-E. André –Guédon, os dizeres do prefácio desse livro mostra a preocupação com a didática a ser empregada no ensino de geometria como vemos abaixo:

Sobretudo para a Geometria no espaço que é conveniente ter ajuda em face da obscuridade das definições: *”Uma porta se abrindo por suas dobradiças será para o aluno a imagem de um plano não fixo, as dobradiças e a fechadura serão três pontos que servem para definir o plano: um livro entreaberto representará um diedro[...]”*(Valente, p.189 ,2002)

Segundo o artigo: O livro Didático de Matemática no Brasil do séc XIX, temos:

“ O que trouxe de novo o livro de Olavo Freire? Ele aboliu os axiomas, os enunciados e demonstrações de teoremas; exclui o termo definição: vinculou os conceitos geométricos a problemas da vida cotidiana: lançou mão de exercícios de atividades, como recorte, dobradura, planificação de sólidos, entre outras. Incluiu muitas figuras para ilustrar os conceitos e vinculá-los ao cotidiano e vocabulário do aluno e enfatizou os problemas que utilizam a régua e compasso. Não há nenhuma preocupação com o rigor euclidiano, mas procurou tornar os conceitos claros e acessíveis para os alunos”.

O livro de Olavo Freire marca a passagem da Geometria Axiomática com postulados e teoremas p/ a Geometria Prática com construções através de compasso. O que se entende por geometria prática é a aproximação que se faz com exemplos do dia a dia p/ o maior entendimento pelo aluno do conteúdo a ser ministrado. Nesse livro especificamente, há muitos exemplos pra mostrar o que venha a ser parábola. Transcrito abaixo:

Uma pedra arremessada á mão e com certa elevação descreve uma curva semelhante á uma parábola.

Certos cometas não periódicos descrevem ao redor do sol órbitas parabólicas cujo foco é ocupado pelo sol.

Um terceiro exemplo como: *Em certas pontes pennis, a cadeia presa ás hastes verticais que sustentam o estrado tem a forma de uma parábola.*

Chamo a atenção para esse terceiro exemplo, pois é um erro de comparação comum de acontecer, não é uma Parábola mais sim uma Catenária. Chama-se Catenária a curva plana formada por um fio flexível inextensível e homogêneo, sob a ação da gravidade, quando os seus extremos estão fixos em dois pontos A e B e que não pertencem á mesma vertical, definição extraída do livro Desenho Geométrico de Benjamin de A. Carvalho (p.304,1976).

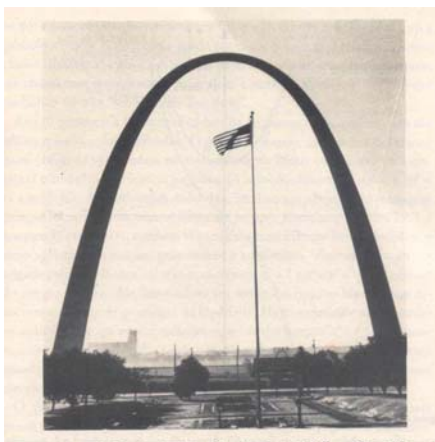


Fig.1: O Arco do Portal em St. Louis, Missouri. Representa de uma Catenária.

As primeiras considerações teóricas sobre o comportamento dinâmico de cabos e cordas remontam provavelmente aos gregos, Há cerca de 2500 anos Pitágoras descobriu que um tom de um som depende do comprimento da corda que o produz e que duas cordas tracionadas com a mesma força produzem tons diferentes.

Leonardo da Vinci (1452-1519) também dedicou seus estudos à Catenária. De qualquer forma foram nos desenhos de Leonardo da Vinci que apareceu a primeira formulação equivocada - do problema a forma da Catenária. Também Galileu em seu discurso “*Sobre as duas novas Ciências (1638)*”, especulou sobre a forma de uma corrente suspensa e concluiu erroneamente que essa fosse parabólica – em analogia com a trajetória de um projétil. Que a parábola fosse a forma de corda inextensível sob carregamento vertical uniformemente distribuído encontrado por Beeckman em 1615, e após o equívoco de Galileu reencontrado por Huygen em 1646.

Em 1675, na mesma ata da *Royal Society* onde publicou sua famosa lei da proporcionalidade, Hooke enunciou na forma de anagrama que um arco incompreensível, livre de movimento, suportando seu próprio peso, poderia se obtido invertendo-se a Catenária, qualquer que fosse sua forma.

Em 1690 Jakob Bernoulli desafiou o mundo científico, propondo um concurso para encontrar a forma da Catenária.

Em junho de 1691, um ano depois de Jakob Bernoulli ter proposto o seu problema, o *Acta* publicou as três soluções corretas que fora apresentadas por Huygens, Leibniz e Johann Bernoulli, cada um abordara o problema de forma diferente, mas todos chegaram á uma mesma solução. Interessante salientar que Huygens cientista holandês, apesar de ter sido subestimado em seu papel em relação á Catenária, com apenas dezessete anos, em 1646 provou que a Catenária não podia ser uma Parábola.

Johann Bernoulli escreveu para um amigo que encontrara a solução para o problema da Catenária:

“.....Até que o senhor Leibniz anunciou ao publico, no jornal de Leipzig, de 1690 ,p.360 , que tinha resolvido o problema, mas não publicaria a solução, dar tempo aos outros analistas. Foi isso que nos encorajou, a mim e a meu irmão, a atacarmos novamente o problema.

Os esforços de meu irmão foram inúteis. Quanto a mim, fui mais feliz, pois encontrara a habilidade (e digo isto sem me gabar, por que deveria esconder a verdade?) para resolvê-lo inteiramente.Na manhã seguinte, cheio de alegria, fui encontrar meu irmão, que ainda lutava miseravelmente, com esse nó górdio, sem chegar a parte alguma, sempre achando, como Galileu, que a catenária era uma parábola. Pare! Pare!, eu disse a ele, não se torture mais tentando provar a identidade da catenária com a parábola, porque ela é inteiramente falsa.” (Maor, p.184,1994)

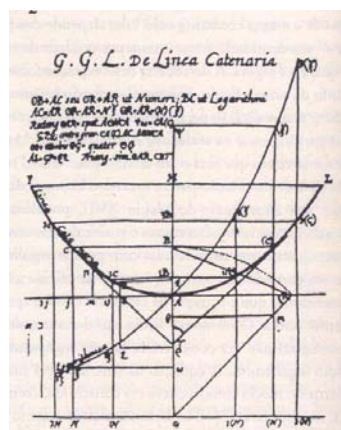


Fig.2: Construção da Catenária por Leibniz (1690)

Sobre a Catenária

A catenária é uma curva de equação $y = \frac{e^{ax} + e^{-ax}}{2a}$, onde a é uma constante cujo valor depende dos parâmetros físicos da corrente (sua densidade linear, que é massa por unidade de comprimento) e a tensão com a qual ela é segura.

Observe a catenária criada a partir de sua equação: $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $a = 1$ com o software Winplot (fig.3).

Usando de fundamentação matemática para mostrar o porquê de se usar a ponte pênsil como exemplo de uma parábola.

O jesuíta italiano Vincenzo Riccati (1707-1775), em 1757 introduziu a notação Ch e Sh para essas funções: $Chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$, $Shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Sabendo-se que:

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

A fórmula de Taylor é um método de aproximar uma função por um polinômio algébrico, com um erro que pode ser estimado. Se f é uma função real definida sobre um intervalo (a,b) , f admitindo derivadas até a ordem $n+1$ em $x=c$ de (a,b) . O polinômio de Taylor de ordem n associado à função f em $x=c$, denotado por $P_n f$, é definido como:

$$P_n f(x) = f(c) + f'(c) \frac{(x-c)}{1!} + f''(c) \frac{(x-c)^2}{2!} + \dots + f^{(n)}(c) \frac{(x-c)^n}{n!}$$

Usando o polinômio de Taylor na função $\cosh x$ temos:

$$\begin{cases} e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \\ e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots \end{cases} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = 1 + \frac{x^2}{2} \quad (i)$$

Função do segundo grau (i), sendo o erro entre Catenária e Parábola da ordem de $\left(\frac{1}{2}\right)^4$, está aí a justificativa do por que os engenheiros segundo Pauletti em usarem a representação da função do 2º grau ao invés da fórmula da Catenária.

Concluimos, portanto, de que um cabo flexível e inextensível, suspenso em dois pontos sujeito o seu próprio peso, toma a forma do gráfico de um co-seno hiperbólico, essa curva é a Catenária. Flexível significa que a tensão no cabo é sempre no sentido da tangente.

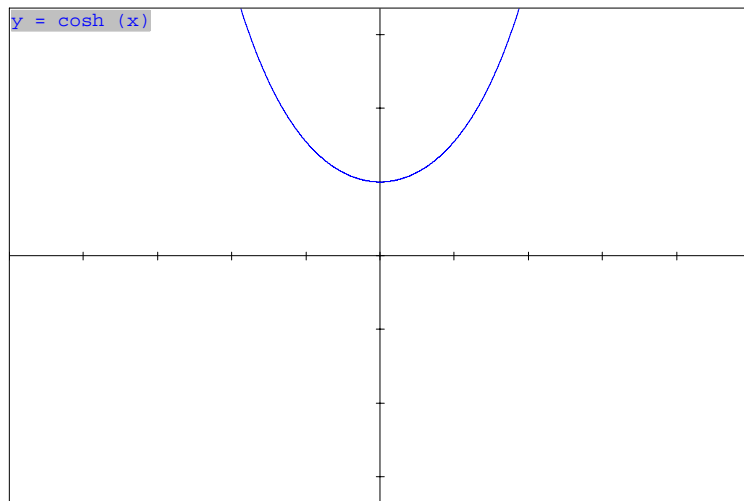


Fig. 3: Catenária construída pelo autor no software Winplot através de sua equação.

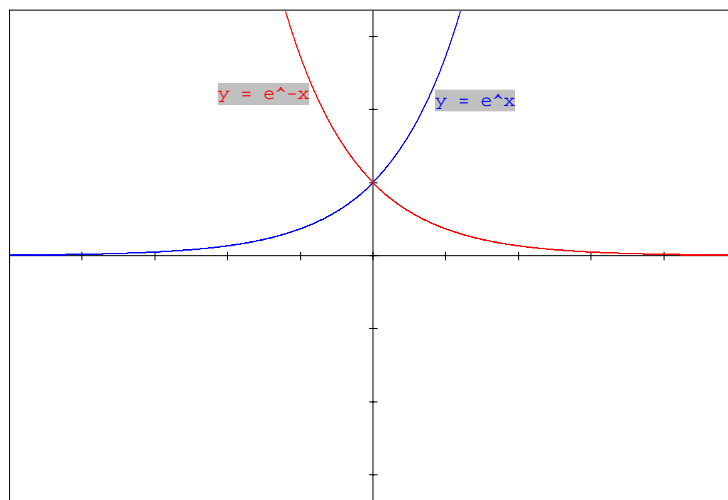


Fig 4: Função e^x e e^{-x} no software Winplot

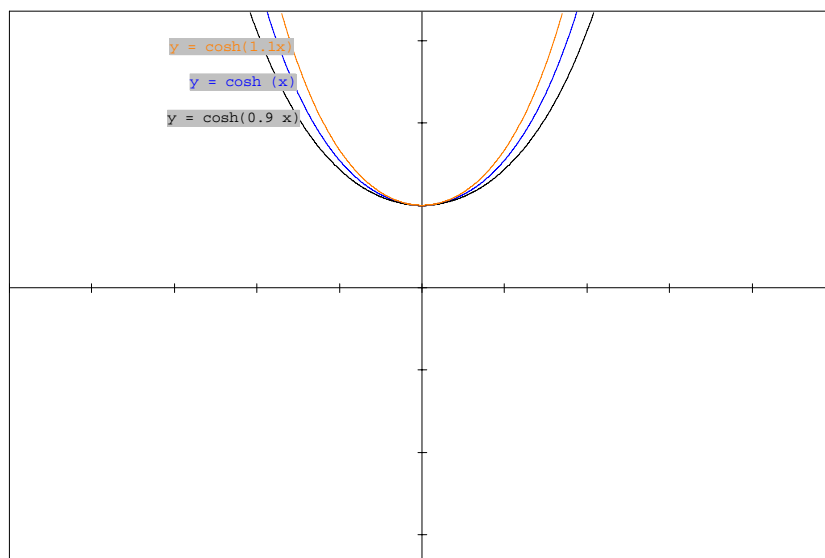


Fig 5: Famílias de Catenárias, com mudanças dos coeficientes de x

Devemos mencionar que a equação da Catenária não foi apresentada originalmente na forma acima. O número e ainda não tinha um símbolo especial, e a função exponencial não era considerada função independente e sim um inverso da função logarítmica.

Segundo Pauletti: Para um livro de matemática não está correto dizer que a Ponte Pênsil é uma parábola, mas para um engenheiro, tecnicamente não está errado quando a relação entre a flecha e vão é pequena como $\frac{h}{L} \approx \frac{1}{10}$. Nesse caso, a catenária se confunde com a parábola como veremos na fig10.

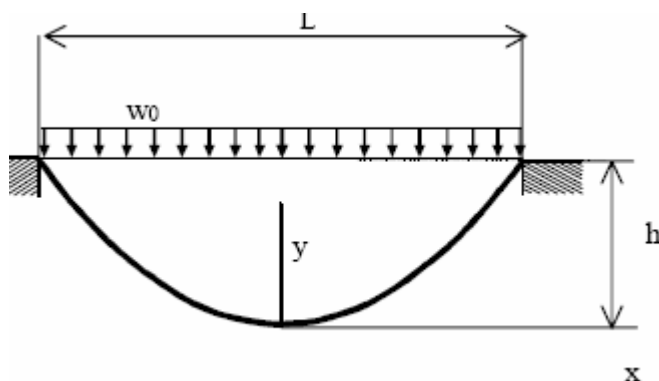


Fig. 6: Cabo sujeito a carregamento uniformemente distribuído ao longo do vão, h é a flecha, L é o vão, w_0 é o peso uniformemente distribuído do tabuleiro e Y a origem das coordenadas no ponto médio do cabo.

Aplicação: Ao observar um fio usado para transporte de energia elétrica, preso em dois postes, notamos que o peso do mesmo faz com que ele fique meio arredondado, dando a impressão que o gráfico formado pela curva representa uma parábola, mas na verdade, tal curva é o gráfico da função cosseno hiperbólico, conhecida como a catenária (do Latim catena=cadeia), pois foi através de uma corrente metálica formada por elos (cadeias) que se observou primeiramente tal curva.

A equação da catenária era simplesmente subentendida a partir do modo como a curva era construída, como o desenho de Leibniz da (fig.2).

Será a partir da curva exponencial - construída pelo autor- no software de geometria dinâmica Cabri -Géomètre II que a Catenária e a Parábola serão comparadas entre si, fazendo-se um paralelo com o estudo e construção da Parábola apresentada no livro de Olavo Freire (1894).

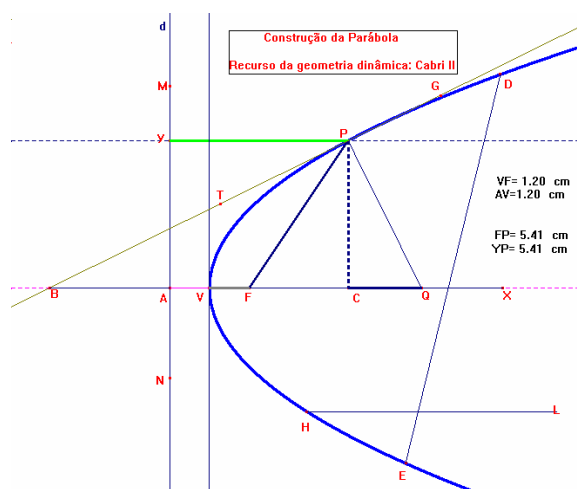


Fig. 7. Parábola construída pelo autor no software de geometria dinâmica CabriII.

A fig 7 representa a construção da parábola no software Cabri II , sendo estedesenvolvido por Y. Baulac, Franck Bellemain e J.M.Labord, no laboratório de estruturas discretas e de didática da Universidade de Grenoble –França. O CABRI II é um software comercial e de fácil manuseio, muitas Escolas Estaduais de São Paulo adquiriram esse software pelo programa “ educareinformática”na Escola, patrocinado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo.

Através do TEIA DO SABER que é um programa de capacitação de professores do ensino fundamental e médio da rede publica, temos sugerido e capacitado professores com softwares de geometria dinâmicasdesde 2003 pelo Centro Universitário Nove de Julho. Através dessa experiência notamos que os professores apresentam disposição em conhecer esse novo recurso no ensino de geometria e muitos deles mesmo durante a capacitação que tem uma carga horária de aproximadamente 80 horas, nos retornaram desse projeto satisfeitos com seus alunos no que diz respeito á compreensão dos conceitos geométricos estudados com o auxilio desse recurso que é o da Geometria Dinâmica.

Em relação à construção da parábola da fig 7 apresenta um ponto F que é o foco da parábola, ao movimentarmos esse ponto verificamos e comprovamos que a propriedade fundamental da parábola permanece ou seja que a distancia do foco F á um ponto qualquer da parábola que chamamos de ponto P e esse ponto P á um ponto Y da diretriz tem a mesma medida. Esse ambiente que só é proporcionado com o advento dos softwares de geometria dinâmica, o aluno pode em tempo real comprovar, validar, conjecturar á respeito das propriedades geométricas de sua construção. Verificamos, portanto através desse exemplo, o uso do computador á favor do ensino aprendizagem dos alunos nas aulas de geometria.

Segue abaixo extratos do livro de Olavo Freire do traçado da parábola:

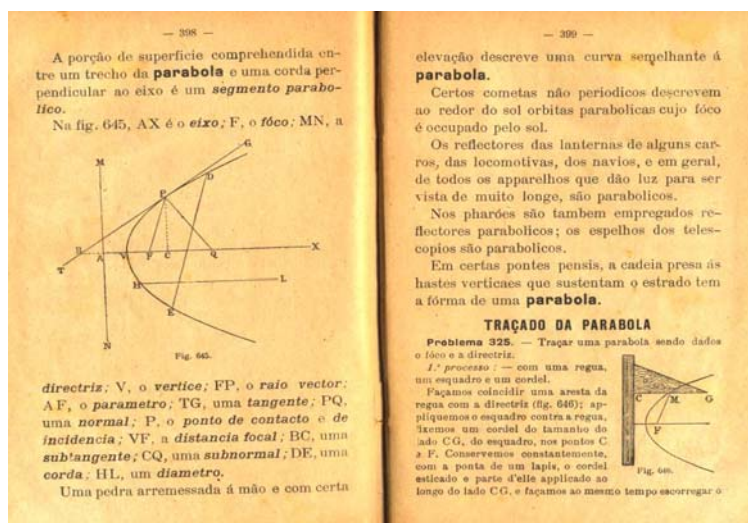


Fig 8: Construção da Parábola , livro de Olavo Freire-1894, (p398/399)

Algumas perguntas feitas no Livro de Olavo Freire na p. 419, sobre a parábola:

- 1) Que é uma parábola?
- 2) Que nome tem o ponto fixo?
- 3) Qual é a diretriz?
- 4) Que é o eixo de uma parábola?
- 5) Onde o vértice de uma parábola?
- 6) Que é parâmetro?
- 7) Traça uma parábola, uma tangente, uma normal, mostra o ponto de incidência.
- 8) Que é uma tangente á parábola?
- 9) Dize onde é empregada a parábola?
- 10) Que é segmento parabólico?

Perguntas como essas mostram a intenção da aproximação dialógica do professor para com o aluno, não havendo respostas no livro, nos perguntamos se em algum momento essas perguntas seriam discutidas, corrigidas ou mesmo se haveria um ambiente de interação do aluno durante as aulas, ou simplesmente as respostas seriam dadas como um gabarito ou não. O que importa é que o livro de Olavo Freire é o marco do estudo da geometria prática no Brasil, antes axiomática e que o aluno se depara nesse novo contexto com exemplos que ele conhece, criando um ambiente menos árido, mais próximo da realidade do aluno.

Em uma aula de geometria usando softwares de geometria dinâmica, o ambiente em si propicia interação do aluno, pois os softwares de geometria dinâmica permitem realizar ações independentes, valorizando o visual.

As perguntas acima citadas do livro de Olavo Freire em relação á parábola têm uma estrutura estática privilegiando a memória, ao contrário das perguntas e conjecturas que podem surgir em um ambiente informatizado, pois o aluno movimentando o mouse pode arrastar a figura e comprovar em tempo real suas propriedades.

Em relação á Catenária, segue a construção da Curva exponencial (fig.9) com o auxílio do software Cabri II, que dará origem á curva Catenária que está representada na (fig.10). Depois de totalmente construída a curva exponencial, ela auxiliará na construção da Catenária. Define-se curva exponencial como sendo a curva construída num sistema de coordenadas retilíneas e retangulares, a ordenada de um ponto situado no plano aumenta em progressão geométrica enquanto a abscissa cresce em relação aritmética ou vice versa, o lugar geométrico é uma curva exponencial. (Carvalho, p.306,1976)

Observemos a Catenária construída por Leibniz em (1690) da (fig2), com a que é a apresentada pelo autor na (fig 10) usando software de geometria dinâmica Cabri II. E a parábola (fig 8) apresentada no livro de Olavo Freire (1894) com a que foi construída pelo autor usando o recurso do software Cabri II (fig 7).

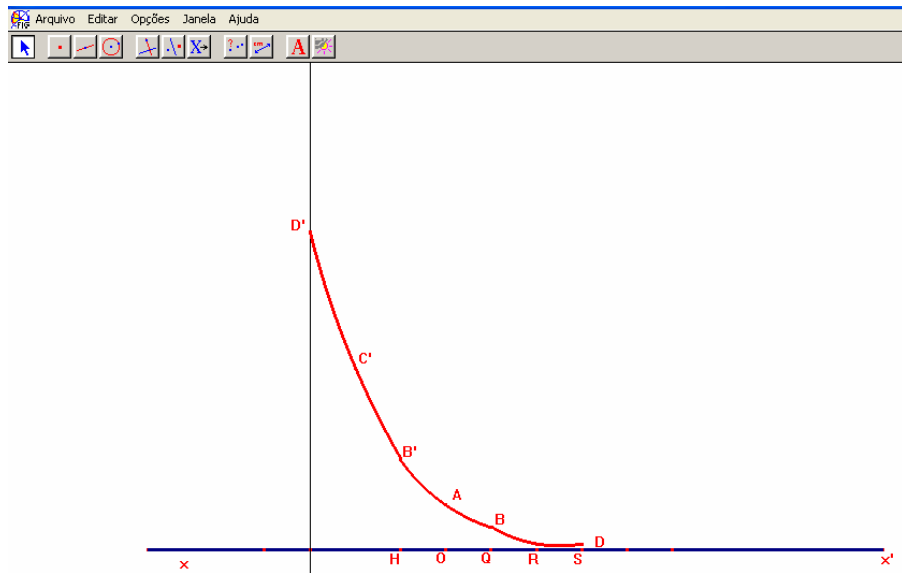


Fig.9: Curva exponencial, construída pelo autor através do software CABRI II, que servirá de suporte á construção da curva Catenária.

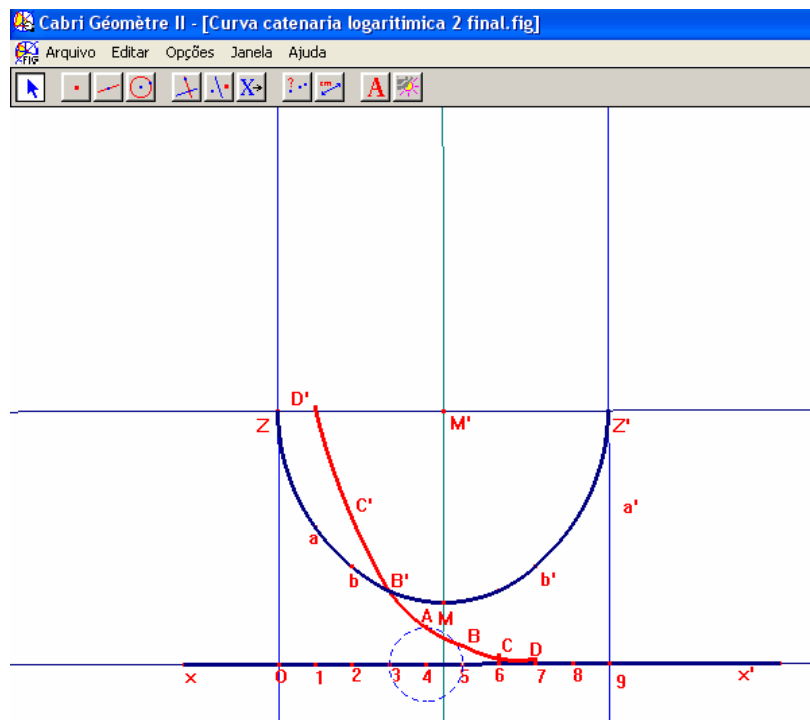


Fig 10: Curva Catenária, construída pelo autor através do software Cabri II.

L: vão (ZZ') e h: amplitude (MM').

Obs: A Catenária é uma curva simétrica em relação ao seu eixo vertical MM' , (a simétrico de a' , b simétrico de b' e Z simétrico de Z'

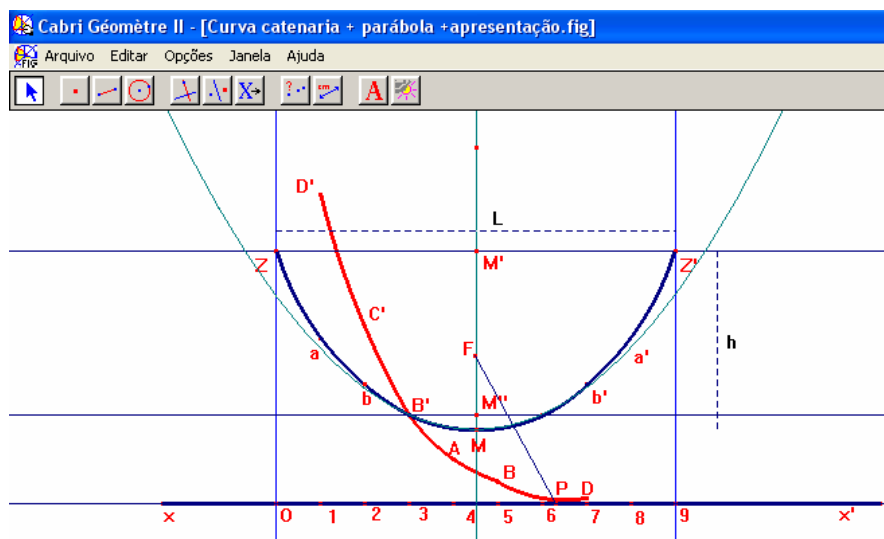


Fig 11 :A parábola com seu foco F coincide com a curva Catenária com $\frac{h}{L} \cong \frac{1}{10}$ e o eixo de simetria de ambas é MM' , h = flecha, L =vão . Construção do autor.

Movimentando-se o foco F da parábola, poderemos estudar seu comportamento em relação á Catenária e movimentando-se os pontos X ou X' verificaremos como a Catenária se comporta em relação á Parábola.

Só com o advento dos softwares de geometria dinâmica é que se pôde construir e movimentar através do mouse essas figuras geométricas, comprovando-se assim que a cônica não é a mesma que a curva Catenária, mesmo coincidindo num determinado ponto na quais seus eixos de simetria são os mesmos!

Conclusão

Esse trabalho teve como objetivo mostrar que o estudo da Parábola e da Catenária usando softwares de Geometria Dinâmica, traz de volta um pensamento geométrico de conjecturas, indagações, comprovações e experiências em tempo real que só pôde ser possível através do uso do computador.

O exemplo dado da construção da Parábola do livro de Olavo Freire indica uma tentativa de aproximação do professor para com o aluno e da maneira como foram tratadas as perguntas feitas neste livro houve intenção do autor fazer da geometria uma geometria prática, inclusive com exemplos do dia-a-dia, daquela época e do contexto histórico em que estava inserido o livro (1894).

O uso da História da Matemática como parte da História da Ciência se fez necessária e enriqueceu muito na expectativa de explicar que o erro de se comparar a Catenária com a Parábola que aconteceu ao longo da história, desde Leonardo da Vinci (1452-1519) até no livro de Olavo Freire que data de (1894).

Muitos matemáticos como: Johann Bernoulli, Galileu , Huygen, Leibniz e Beeckman, motivaram-se tentando resolver esse problema da Catenária.

Somente com o advento da geometria dinâmica foi possível em **tempo real** verificar experimentalmente que a Catenária não é uma Parábola. Uma nota do autor: A experiência da construção da Catenária foi muito trabalhosa, houve momentos de reflexão e conjecturas, esse desafio foi motivador. Somente depois de se ter construído a Catenária surgiu à pergunta: Porque houve tantos enganos em

relação á essa curva?. E assim decidimos construir á Parábola no mesmo eixo e verificar em que momento elas se coincidiavam e o porquê desse engano que ocorreu em muitos momentos com tantas pessoas.

Essa experiência só se concretizará, se o leitor estiver na frente de um Micro e com o software de geometria dinâmica.

Portanto, é importante conhecer a História do assunto que se vai estudar na sala de aula sendo assim pode-se recheiar o ensino de ligações interessantes e necessárias como foi o caso da Catenária e da Parábola abordados nesse artigo.

Esperamos que os professores sintam - se motivados à usar softwares de geometria dinâmica e que a história da matemática como parte da história da ciência seja mais uma vez inserida no contexto das aulas como foi nesse aqui.

Bibliografia

BARUFI, Cristina Bonomi e LAURO, Maira Mendias. *Funções elementares, equações e inequações*. São Paulo: Editora CAEM – IME/USP.

BROLEZZI, Antonio Carlos. *Atividade criativa na sala de aula de Matemática*. São Paulo: Editora Escrituras, 2003.

CARVALHO, Benjamin de A. *Desenho Geométrico*. Rio de Janeiro: Editora Ao Livro Técnico S/A, 1976.

SWETZ, Frank e outros. *Learn from the Masters*. Washington: Editora The Mathematical Association of America, 1995.

FIGUEIREDO, Djairo Guedes de NEVES, Aloísio Freiria. *Equações Diferenciais Aplicadas* Instituto de Matemática Pura e Aplicada Rio de Janeiro, 1997.

FOSSA, John A. *Facetas do Diamante – Ensaio sobre Educação Matemática e História da Matemática*. Artigo: *O livro Didático de Matemática no Brasil no Século XIX*, SILVA, Circe Mary Silva da. Rio Claro: Editora da SBHMat, 2000.

FREIRE, Olavo. *Noções de Geometria Prática*. Rio de Janeiro: Editora Francisco Alves e Cia, 1894.

MAOR, Eli. *e: A História de um Número*. São Paulo: Editora Record, 2003.

MIGUEL, Antonio. *Contribuição crítica a discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática*. Bragança Paulista: Editora Universidade São Francisco, Revista Horizontes, v.22, nº 1, p. 71-107, jan/jun. 2004.

MIORIM, Maria Ângela. *Introdução à história da Educação Matemática*. São Paulo: Editora Atual, 1998.

PAULETTI, Ruy Marcelo de Oliveira. *Sobre cabos e cordas*. Artigo: www.lmc.ep.usp.br/people/pauletti SITE, www.cabri.com.br

TALAVERA, Leda Maria Bastoni e BROLEZZI, Antonio Carlos, *Geometria Dinâmica e a Reconstrução do Pensamento Geométrico Grego na sala de aula*. Rio Claro: ANAIS do V Seminário Nacional de História da Matemática, 2003.

VALENTE, Wagner Rodrigues. *Artigo: Mello e Souza e a Crítica nos livros didáticos de Matemática, demolindo concorrentes, construindo Malba Tahan*. Revista Brasileira de História da Matemática Vol. IV nº 8.

MATEMÁTICA NA ODISSÉIA: UMA EXPERIÊNCIA HISTÓRICO-CULTURAL NA EDUCAÇÃO INFANTIL

Erika Natacha Fernandes de Andrade¹

Aluna do curso de Pedagogia da FFCLRP – USP

erikana@netsite.com.br

Resumo: Ao falar sobre educação há a necessidade de discutir o papel das atividades de ensino nas instituições como unidade formadora das crianças e dos professores, pois quando ambos tomam consciência do papel da atividade de ensino no projeto pedagógico, o conteúdo é assumido como algo dinâmico, que pode ser criado, transformado e apreendido para atender a objetivos e concepções estabelecidos. Com essa leitura, quando se pensa sobre o conteúdo matemático a ser desenvolvido com crianças da Educação Infantil, entende-se que tanto professores, como alunos, devem adquirir um modo de apreender a produção do conhecimento como uma situação-problema, ou seja, como um conhecimento que está em movimento, que é produto de uma construção social. O objetivo deste trabalho consiste em relatar uma experiência de apropriação do conhecimento matemático com crianças de cinco anos na Educação Infantil. Será tomado como pressuposto o caráter intencional da atividade de ensino, percebida como uma ferramenta que possibilita a formação do aluno e do professor, a apreensão da matemática como um produto cultural e o entendimento da infância como uma etapa histórico-cultural específica do sujeito que aprende.

Considerações iniciais

Busca-se nesse texto apresentar aspectos de uma experiência de apropriação do conhecimento matemático na Educação Infantil. Desse modo, vale destacar que o projeto *A Viagem de Ulisses*² vem sendo desenvolvido na Creche Carochinha COSEAS / USP, com um grupo de crianças de cinco anos. Serão destacados, primeiramente, o referencial teórico e o princípio metodológico que ancoram o desenvolvimento do projeto. Em seguida, consta o relato de alguns dados do conteúdo matemático trabalhado no decorrer da experiência e do movimento de ensino e aprendizagem vivenciado pelas crianças e pelos adultos envolvidos.

Referencial teórico da atividade orientadora

A *atividade orientadora de ensino* (MOURA, 1996), entendida como o norte da ação educativa, objetiva a formação do professor e a formação das crianças, possuindo como fases do processo: a situação-problema, a dinâmica de solução e possibilidade de avaliação. Isso significa que a *atividade orientadora de ensino* é aquela que possibilita colocar a criança no movimento de apropriação de um conhecimento matemático que “tenha um problema desencadeador da aprendizagem e que possibilite compartilhar significados na solução desse problema com características lúdicas” (MOURA, 2001, p. 17). Para o professor, a *atividade orientadora de ensino* é uma metodologia de trabalho que o ajuda a colocar o pensamento das crianças em ação e, também, um instrumento para que este, ao se deparar com questões novas, faça pesquisas e reflexões sobre as interações estabelecidas em aula (MOURA e MOURA, 1996).

¹ Aluna do curso de Pedagogia da FFCLRP – USP. E-mail: erikana@netsite.com.br

² Projeto realizado com a Professora Eliane Facincani da Costa, uma das professoras responsáveis pelo grupo do Pré I da Creche Carochinha (COSEAS – USP) e, também, com a orientação da Profa. Dra. Elaine Sampaio Araújo da FFCLRP – USP.

O principal parâmetro teórico da metodologia da *atividade orientadora de ensino* e que ajuda a organizar as tarefas educativas do processo, diz respeito ao conceito de atividade desenvolvido por Leontiev. Para o psicólogo russo, o processo de educação deve compreender a apropriação histórica das aptidões humanas, isto é, deve levar em conta a aprendizagem das aquisições da cultura humana (LEONTIEV, 1978). Acrescenta, que o conteúdo, os resultados do desenvolvimento sócio-histórico da humanidade não é algo já posto ao ser humano. Pelo contrário, é preciso que as gerações mais velhas insiram os mais jovens no movimento de aprendizagem, uma vez que para apropriar-se daquilo que historicamente foi construído “a criança, o ser humano, deve entrar em relação com os fenômenos do mundo circundante através de outros homens, isto é, num processo de comunicação com eles” (ibidem, p. 290). Moura (2001) aponta que as contribuições de Leontiev sobre os processos psicológicos da criança indicam não apenas a necessidade de mediação do adulto no processo de relação que a criança estabelece com o mundo, mas, também, que é por meio do jogo, do lúdico, que a criança se relaciona com a realidade. Em outras palavras, o jogo é a principal atividade da criança pequena; o lúdico realiza um importante papel no desenvolvimento da psique infantil.

A adoção de tal referencial acaba por instaurar a presença de um processo de ensino e aprendizagem que ajuda a criança, por meio da mediação, compreender o mundo simbólico que a cerca; que apresenta o conhecimento matemático com algo que surge das necessidades objetivas e é produzido convencionalmente pela humanidade; que coloca o pensamento, de professores e crianças, em ação justamente pela necessidade de resolver uma situação-problema.

Metodologia: a situação problema e a história virtual do conceito

Um elemento de grande relevância para a efetivação de uma aprendizagem significativa é colocar a criança diante de uma situação-problema à semelhança do que o homem passou na história da humanidade. Frente a essa intencionalidade é que Moura e Moura (1996) propõem a possibilidade de se trabalhar com o que se chama *História Virtual*.

Dentro da proposta do trabalho com histórias virtuais há um conceito matemático a ser desenvolvido e descoberto pelas crianças. Por meio de uma forma lúdica leva-se a criança a entender o valor do conhecimento produzido pela humanidade e a importância desse conhecimento para a formação da cidadania. Desse modo, frente a essa metodologia não se conta a história da matemática como se esta fosse uma criação de homens privilegiados, dotados de uma inteligência superior. Pelo contrário, a criança é colocada diante de uma situação problema vivida por um personagem dentro de uma história, ou seja, a história virtual do conceito, segundo Moura (1996) é compreendida por situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática com o intuito de desenvolver o pensamento da criança e também como forma de envolvê-la na construção da solução do problema que faz parte do contexto da história. Nessa perspectiva, contar, agrupar, calcular, registrar, tornam-se necessidades reais para as crianças.

O sentido da história virtual e o que impulsiona a criança a querer resolvê-la é por um lado o caráter lúdico, pois na história virtual a criança está inserida em uma situação de jogo de faz-de-conta. Já por outro lado, o eixo motor que leva a criança a envolver-se na história virtual, é o caráter social presente na história, pois esta se reveste de problemas humanos que devem ser resolvidos e que são importantes para a coletividade (Moura e Moura, 1996).

Pode-se dizer, que o princípio teórico-metodológico baseado na história virtual e na resolução de situações problema é significativo por proporcionar momentos de atividades com as crianças nos quais essas possam adquirir um conhecimento conceitual relevante para a inserção na vida em sociedade ao mesmo tempo em que são respeitadas como um sujeito histórico-cultural que aprende. A história virtual do conceito é, portanto, um instrumento por meio do qual pode-se ensinar matemática com sentido, com significado, com ludicidade, sem perder de vista o momento particular de desenvolvimento em que se encontram os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem e sem perder de vista o processo de humanização cultural necessário para a socialização dessas novas gerações.

O conteúdo na história virtual *A Viagem de Ulisses*

A história virtual desenvolvida com as crianças nessa experiência baseou-se na narrativa presente nos contos da *Ilíada* e da *Odisséia*. A escolha se deu porque o objetivo do projeto era trabalhar com os conceitos de correspondência um-a-um e agrupamento, ou seja, o objetivo era atuar com uma situação-problema que pudesse mostrar às crianças uma forma de controlar as quantidades sem saber contar e, também, que levasse as crianças a encontrar um modo de controlar quantidades maiores, lançando mão de estratégias que organizam e agilizam a contagem.

Primeiramente, foi contada, ao grupo de crianças, a história da *Ilíada*, utilizando como estratégia fichas grandes que continham ilustrações das cenas da narrativa. Tal introdução se fez necessária para melhor inserir as crianças no movimento literário de Homero. Em outras palavras, o objetivo era que as crianças entrassem em contato com os feitos do grande herói Ulisses, o que ajudaria o grupo a se envolver na trama, no faz-de-conta, criando uma ligação solidária com o herói que, mais tarde, iria precisar da ajuda das crianças.

Num momento posterior, foi apresentada a história da *Viagem de Ulisses*, em uma adaptação da *Odisséia*, escrita por Homero, a partir de uma releitura proposta por Ruth Rocha (2004). Abaixo consta uma breve descrição da História Virtual, no intuito de apresentar aspectos da situação-problema trabalhada com as crianças.

Conta a lenda que após ajudarem a resgatar Helena da cidade de Tróia os combatentes voltaram aos seus reinos. Ulisses, o mais astuto de todos os gregos tinha que voltar para Ítaca, a ilha onde era rei. Acontece que, cansado de tanto navegar, Ulisses foi aportar no país dos cícones em Ísmaros, a terra dos gigantes de um olho só. Já na entrada da ilha aconteceu o primeiro problema, Ulisses recebera um encanto da feiticeira Circe que fez com que o herói, que não possuía tanta força física, mas uma grande astúcia intelectual, perdesse sua memória de modo que não pudesse lembrar-se de mais nada que já havia aprendido. Ulisses perdera, inclusive, a sua capacidade de contar as coisas. Foi quando um outro obstáculo se apresentou à Ulisses. O herói fora feito prisioneiro dos gigantes de um olho só. E para que tais gigantes lhe dessem comida, bebida, abrigo e não tentassem contra sua vida, Ulisses teria que cumprir um trabalho, ou seja, cuidar dos animais no pasto e não deixar que nenhum desaparecesse. Lançou-se, então, um primeiro desafio, um primeiro problema a ser solucionado: ajudar Ulisses a encontrar uma forma de saber se todos os animais eram recolhidos de volta ao curral após serem levados para passear.

Para que as crianças se envolvessem ainda mais nessa necessidade de ajudar Ulisses, uma estratégia pedagógica foi utilizada: o uso de cartas. Como no ano anterior, o mesmo grupo de crianças havia participado de um projeto que envolvia a história do grego Hércules, foi possível a criação lúdica de uma estratégia que contava com a seguinte idéia: Hércules, como cidadão grego, conhecia Ulisses. Ao

saber que o herói de Ítaca estava preso na ilha dos gigantes de um olho só, resolveu escrever uma carta para aquele grupo de crianças ajudar Ulisses (pois esse mesmo grupo já o havia ajudado no ano anterior), uma vez que ele, Hércules, não poderia fazê-lo porque também poderia ser pego pelos gigantes. Um mensageiro secreto seria o encarregado de trazer as cartas escritas por Hércules (inicialmente) e por Ulisses (posteriormente) e levar as cartas escritas pelas crianças em que constava a narrativa das soluções dos problemas.

O buscado era, então, uma forma lúdica de colocar as crianças diante de uma situação-problema muito semelhante a que o homem já havia passado historicamente e o primeiro conteúdo abordado consistia na contagem por correspondência um-a-um.

Nas discussões realizadas em sala, para a solução coletiva do problema (ajudar Ulisses a encontrar uma forma de controlar as quantidades), apareceram soluções como: “o Ulisses tem que amarrar um bichinho no outro em fila”; “é só amarrar uma pedra no pescoço de cada bichinho”; “ele não pode passear muito longe para ficar mais fácil de saber se nenhum bichinho se perdeu”; “ele passeia com dois bichinhos de cada vez para ficar mais fácil de ver se nenhum se perdeu”. Além dessas, muitas outras soluções foram apontadas, mas o principal era fazer com que as crianças adquirissem o hábito de testar suas soluções, de se tornar críticos das soluções para poder formular novas hipóteses. Após muita discussão e re-avaliação das hipóteses, chegou-se à seguinte conclusão, que foi narrada pelo grupo e escrita numa carta a ser enviada para Ulisses:

Oi Ulisses

[...] Primeiro vamos te mandar um saquinho. Depois, você vai ter que colocar as pedrinhas dentro do saquinho. Olha você pode fazer desse jeito: pega um bichinho, coloca dentro do cercado e coloca uma pedra dentro do saquinho. Você coloca um bichinho dentro da cerca e coloca uma pedrinha dentro do saquinho. Para cada bicho você coloca uma pedrinha. Aí você pode passear com os bichinhos. Quando voltar, você coloca um bichinho dentro da cerca e tira uma pedrinha do saquinho e coloca de lado. Se sobrar uma pedrinha no saquinho você deverá procurar o bichinho que está faltando.

Como se percebe, as crianças quiseram, inclusive, partindo da idéia de um colega, fazer um saquinho para mandar de presente a Ulisses, pois temiam que na ilha ele não tivesse onde colocar as pedrinhas. Isso, logicamente, indica, o quanto as crianças estavam imersas no significado e no sentido da história virtual, bem como no movimento de pensar soluções.

No projeto *A Viagem de Ulisses* vários jogos (percurso, argolas, pescaria, galãobol) também foram inseridos a fim de trabalhar o conteúdo da correspondência um-a-um. Após os jogos, as crianças registravam os pontos feitos, o que ajudava nesse processo de alfabetização matemática. Além do registro, eram trabalhadas tabelas e gráficos para que as crianças pudessem reconhecer a quantidade de pontos feita por cada um da turma. Discussões sobre a forma de registrar as quantidades também eram realizadas, justamente para que novas hipóteses fossem abordadas a fim de aproximar as crianças da escrita matemática convencional atualmente utilizada.

Em uma determinada situação, as crianças escreveram uma carta a Ulisses contando sobre um jogo que participaram, enviando, também, a quantidade de pontos feitos por cada um. Dessa maneira, numa pequena tabela, cada criança escrevia os pontos totais conseguidos nas rodadas do jogo. Ao chegar

sua vez de registrar os seis pontos totais que havia feito, uma criança realizou um movimento que começou com o seguinte registro: “1,2,3,4”. Antes de terminar seu registro, ou seja, antes de chegar ao número seis, a criança pegou uma borracha, apagou o que havia feito e disse: “Vou escrever desse outro jeito que eu aprendi”. A criança pegou novamente o lápis e registrou: “6”. Esse exemplo ilustra de maneira clara o objetivo da atividade orientadora de ensino que recai na necessidade de colocar o pensamento da criança em ação por meio do lúdico e de trabalhar com conceitos matemáticos convencionalizados, necessários à vida social, utilizando a mediação do adulto para que a criança assimile novos conceitos, revendo e substituindo maneiras até então utilizadas de lidar com as coisas do mundo social que a cerca. Se antes a criança registrava de modo a escrever os numerais um-a-um, após rodas de discussão, percebeu que ao escrever o número seis, as quantidades anteriores já estão representadas, já estão contidas. Em suma, a criança trabalhou com o conceito matemático da inclusão hierárquica.

É relevante relatar, que após dois meses de trabalho com o conteúdo da correspondência um-a-um, a ênfase do projeto voltou-se para atividades que possibilitassem as crianças lidar com o conceito de agrupamento. Em uma das atividades as crianças deveriam ajudar Ulisses a desvendar um enigma, ou seja, ajudá-lo a descobrir a lógica que os gigantes de um olho só usavam para marcar a quantidade de pontos de um jogo que praticavam na ilha. As pistas que as crianças receberam eram as seguintes: o primeiro gigante ao jogar derrubou dois galões e fez uma quantidade de pontos igual a IIIII; o segundo gigante derrubou três galões e marcou IIIIIII pontos; por fim, o terceiro gigante derrubou quatro galões marcando IIIIIIIII pontos. A partir, então, dessas pistas, as crianças deveriam ajudar Ulisses a descobrir o raciocínio usado para registrar os pontos do jogo. Pode-se dizer que, novamente, as crianças viveram uma situação parecida com a vivida pelos homens, quando há tempos atrás, ao terem que viver em sociedades mais complexas e lidar com quantidades cada vez maiores tiveram que encontrar um meio para melhor organizar a contagem. Abaixo há o registro de momentos da discussão realizada com as crianças:

“Faz assim coloca um ponto para cada galão” (Criança).

“É que nem a gente jogou. Derruba um galão e marca um ponto” (Criança).

“Mas aqui os gigantes estão jogando de um outro jeito. Marcam os pontos de uma outra maneira. Quer maneira é essa?” (Adulto).

“Eu sei. A gente faz assim. Pões dois pontos para cada galão desse. Pões três pontos em cada galão desse e pões quatro pontos em cada galão desse”.

“Mas e esses dois pontos que sobraram?” (Adulto).

“Deixa de lado” (Criança).

“Olha nesses do meio não sobrou nada” (Criança). *Havia três galões e uma criança havia distribuído três pontos para cada galão*

“Eu acho que tem que colocar três pontos em cada galão” (Criança). *Essa criança observava fixamente onde estavam os três galões com três pontos para cada.*

“É assim. Coloca três pontos para cada um desses, três pontos para cada um desses e três pontos para cada um desses” (Criança).

“Então quando o gigante derrubar um galão o que é que ele faz?” (Adulto).

“Ele marca três pontos. É que cada galão vale três” (Criança).

Importante destacar que objetivo o primordial, que era ensinar matemática resolvendo problemas semelhantes àqueles vividos historicamente pela humanidade, foi conservado. Há de se considerar, também, que se no início do projeto as crianças necessitavam da constante mediação do adulto para poder falar, levantar hipóteses, levantar sugestões, a um determinado momento debatiam e conversavam mais livremente sobre o problema, ou melhor, se sentiam mais livres para, elas mesmas, testar, opinar e contestar as sugestões dadas pelos colegas da turma. Certamente, isso se deve ao fato de que a qualidade das interações depende muito do conjunto de experiências realizadas no decorrer do projeto.

Considerações Finais:

Possibilidades de reflexão sobre o processo de ensino e aprendizagem

Como dito anteriormente, a metodologia utilizada nessa experiência de ensino de conhecimentos matemáticos contribui não somente para a aprendizagem da criança, mas também, para a do professor. Desse modo, algumas (re)organizações, no decorrer do processo da experiência, foram necessárias no sentido de garantir o bom desenvolvimento da aprendizagem das crianças. Logicamente que tais (re)organizações foram fruto de constantes reflexões, ou seja, foram conseqüência do movimento de pensar a ação da prática educativa.

Alguns aspectos que foram objetos de reflexão dizem respeito à (i) atenção para que não se perdesse o aspecto lúdico da atividade; (ii) atenção para que as atividades de registro não fossem usadas como momento de “verificar”, “provar” o estado da aprendizagem das crianças, o que certamente diminuiria o olhar do professor para momentos ricos como: as interações nas rodas de conversa, interações entre as próprias crianças, a percepção de movimentos de aprendizagem ocorridos em outros momentos que não aquele estipulado pelo adulto; (iii) cuidado para deixar as atividades cada vez mais próximas do “real”, evitando simular situações que não colocassem a criança em contato com o conhecimento do processo histórico e cultural da atividade realizada; (iv) entender o processo de aprendizagem das crianças não como algo estanque, que segue etapas fixas e iguais, mas, sim, manter um olhar para a aprendizagem entendendo-a como um processo contínuo.

Em suma, pode-se dizer que as preocupações para com o aprendizado e reflexão do próprio professor contribuem imensamente para conceber a educação matemática, na infância, como sendo um processo capaz de potencializar a integração do sujeito que aprende num universo cultural organizado pela humanidade, lembrando sempre que, segundo Moura (2001), a posse de instrumentos simbólicos favorece a capacitação do indivíduo e permite, como conseqüência, o desenvolvimento do coletivo.

Referências

- LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte, 1978.
- MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Ano II, nº 12, p. 29 a 43, 1996.
- _____. **Matemática na Infância**. In: 1º Fórum de educação matemática na educação de infância. São João da Madeira, Portugal, 2001.
- MOURA, A. R. L.; MOURA, M. O. Matemática para a educação infantil. In: **Escola: um espaço cultural**. Matemática na educação infantil: conhecer, (re) criar – um modo de lidar com as dimensões do mundo. Diadema: SECEL, 1996.
- ROCHA, R. **Odisséia**. São Paulo: Companhia das Letrinhas, 2004.

PERSPECTIVA: A HISTÓRIA DA CIÊNCIA E DA ARTE NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Cristiano Othon De Amorim Costa
Pontífice Universidade Católica: São Paulo
cristianothon@yahoo.com.br

Resumo: Partindo de dificuldades na representação do espaço, este artigo pretende contribuir na mediação entre o pólo do *visto* e o pólo do *sabido*. A investigação dá-se através das pesquisas de Piaget, Vygotsky e Vergnaud, colocando as descobertas de Alberti e Brunelleschi na sala de aula. Destacamos elementos da história da perspectiva, particularmente do *Quattrocento* italiano, que, graças a um conjunto de fatores, propiciaram o desenvolvimento de uma técnica da pintura que visava melhor representar o espaço tridimensional. Pretende-se, assim, levar as técnicas oriundas do Renascimento Italiano para uma análise histórica, a fim de preparar o aluno para o aprimoramento do olhar, permitindo a aquisição do espaço pictórico.

Palavras-chaves: perspectiva, geometria, história da arte, história da matemática, educação matemática.

Introdução

A pintura da Idade Média, além de adornar o espaço, ensinava o cristianismo (Gombrich: 1988) e educava o olhar. Hoje percebemos a necessidade do aprimoramento da capacidade de leitura visual, decorrente principalmente dos avanços tecnológicos.

Por outro lado, a visão interligada dos saberes foi sendo perdida com a divisão das áreas do conhecimento, e as relações interdisciplinares, que já permitiram desenvolver vários campos do conhecimento, parecem atualmente nem existirem.

Com isso deficiências foram geradas, como a destacada por Parzys³ (1989), na qual alunos não conseguem, através de um desenho, “ver” o espaço. Segundo Flores⁴ (2002)⁵ “*representar no plano os objetos do espaço envolve uma construção do próprio olhar para ver o mundo em sua tridimensionalidade*”. Para Duval⁶ (1995), a relação entre o objeto real e sua representação bidimensional, fundamentais na geometria tridimensional, exige um tratamento que articule a representação com a respectiva figura espacial.

A intenção aqui é destacar contribuições da história da perspectiva para a Educação Matemática, na relação entre o pólo do visto e o pólo do sabido⁷, levando-as para uma sala de aula do Ensino Médio brasileiro⁸.

³ M. Bernard PARZYSZ (Tese de doutorado) Universidade de Paris.

⁴ Tese de Doutorado em Educação defendida em 2003 à UFSC.

⁵ Em artigo publicado na Revista Zetetiké.

⁶ Teoria dos registros de representações semióticas.

⁷ Colmez, F. & Parzys, B., *Le vu et le su dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 à la Seconde*, in Espaces graphiques et graphismes d'espaces 1993.

⁸ Divulgada no começo de junho de 2004, a Sinopse da Educação Básica de 2003, do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP/MEC), Anísio Teixeira mostra números relativos ao período letivo de 2002. 9,1 milhões de estudantes estavam no Ensino Médio, mas cerca de 2,8 milhões de alunos do ensino fundamental no Brasil abandonaram a escola, quase o mesmo número que conclui o Ensino Médio. Para Tagil Oliveira Ramos, “o alto índice de abandono está diretamente relacionado com as condições de estudo oferecidas” (Revista Fórum, julho de 2004).

Como “*uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e seu ensino*” (D’Ambrosio: 1996), focaremos o Renascimento no seu contexto artístico e científico, de forma a favorecer a percepção do espaço, a criatividade (Vasconcelos: 2001) e o desenvolvimento amplo das inteligências humanas (Gardner: 1994)⁹, já que “*isoladamente, cada disciplina expressa relativamente pouco e é de interesse apenas de especialistas*” (Machado: 2000).

Torna-se necessária uma análise histórico-crítica das conceitualizações e das teorias científicas, “*explorando as idéias de quem produziu as grandes mudanças de rumo nesta história*” (Garcia: 2002).

Fundamentos do processo cognitivo no ensino da perspectiva

Piaget e Inhelder (1993) observaram que o sujeito divide-se entre o realismo e a representação do objeto, e que o uso da perspectiva se faz, afastando-se da observação, e aproximando-se da representação mais elaborada e tida como adequada, a partir de um determinado ponto de vista. Acreditavam que as operações que conduzem a elaboração teórica das relações projetivas fossem formadas mais cedo, graças a intuição visual da perspectiva, no entanto constataram que estas formam-se nos mesmos patamares que os sistemas de coordenadas são elaborados. Constataram que o conhecimento estruturado em duas ou três dimensões não é inato, já que um sistemas de coordenadas se apoia na coordenação de diversos campos restritos, colocando os eixos de organização do espaço geométrico no final da construção psicológica do espaço euclidiano, da mesma forma que as relações projetivas que constituem as relações entre objetos e figuras.

Vygotsky (1989) enfatiza o papel da linguagem e da aprendizagem no processo de aquisição do conhecimentos, sendo o sujeito resultado de um processo sócio-histórico.

Segundo Vergnaud (1990) o processo cognitivo se dá pela organização da conduta, da representação e da percepção, bem como o desenvolvimento de competências e de concepções de um aluno ao longo de sua experiência de vida (Franchi: 1999)¹⁰.

Para definir os conceitos geométricos, importantes no processo de construção do conhecimento em perspectiva, é preciso estudar seu campo conceitual. As operações projetivas são uma fonte para a definição de um campo conceitual para a perspectiva. O aprendizado específico da perspectiva necessita de noções da representação gráfica do espaço projetivo. “*Somente com o uso da geometria é possível identificar o quanto será menor o objeto que está mais longe, ou em que proporção os intervalos se reduzem, ou para que ponto devem convergir as linhas*” (Rosa: 1998).

A contextualização histórica da representação do espaço

Percorrendo a história da perspectiva, mais propriamente o Renascimento italiano, localizamos elementos que preparam o aluno para a representação do espaço tridimensional, contribuindo na mediação do conflito entre o visto e o sabido.

O homem fez as primeiras considerações sobre o espaço muito remotamente surgindo também os primeiros registros e, conseqüentemente, os primeiros obstáculos em representá-lo. Consideremos o início da história da geometria com os faraós da antiga civilização egípcia (D’Ambrosio: 2002), embora

⁹ As várias inteligências relativamente autônomas, são: Inteligência Lingüística, Inteligência Musical, Inteligência Lógico-Matemática, Inteligência Espacial, Inteligência Corporal-Cinestésica, Inteligência Intrapessoal, Inteligência Interpessoal e Inteligência Naturalista. Segundo a teoria, todas as pessoas são capazes de usar todas as inteligências, mas as diferenças individuais resultam de um perfil específico de inteligências de cada um. Gardner tem o cuidado de esclarecer que a inteligência não se limita àquelas que identificou.

¹⁰ FRANCHI, Anna. *Considerações sobre a teoria dos campos conceituais*. (In: Silvia Machado <org.>: 1999)

realizações geométricas também tenham ocorrido em outros lugares. Entretanto foram os gregos que, no período helênico, ampliaram os conhecimentos geométricos até então conquistados.

A “Idade Áurea” grega é marcada pela existência de três matemáticos: Arquimedes (287 – 212 a.C.), Apolônio de Perga (262 – 190 a.C.), e Euclides. “Os *Elementos de Euclides não constituem a mais antiga obra matemática grega importante a chegar até nos, mas o texto mais influente de todos os tempos*” (Boyer: 1996). “As primeiras edições (dos *Elementos*) apareceram na Itália, no fim do século XV (...) e estimularam a nova arte da perspectiva, tema de experiência de vários artistas” (Ronan: 1987). “Eles (Os *Elementos de Euclides*) representam, sem dúvida, a contribuição mais importante da antiguidade para a metodologia das ciências” (Piaget e Garcia: 1987).

Composto em 300 a.C., Os *Elementos*¹¹ foi largamente copiado. “Uma tradução latina louvável, feita a partir do grego, é a de Commandino (1572)” (Eves: 1995). O matemático Frederico Commandino (1506 – 1575) fez importantes traduções e influenciou seu discípulo Guidobaldo del Monte (1545 – 1607), que, por sua vez, estendeu seu pensamento matemático e científico a Galileu Galilei.

Mesmo com o apogeu romano a arte, arquitetura, literatura e filosofia dominantes ainda é grega, mas uma obra destaca-se: De Architectura Libri Decem¹² do arquiteto romano Marcus Vitruvius Pollio (séc. I).

Boécio¹³ (480 – 524), o principal matemático romano, escreveu livros para o ensino dos quatro ramos (quadrivium) matemáticos das artes liberais, que correspondiam a trechos das obras de Nicômaco, Ptolomeu e Euclides, e seus registros didáticos permanecerão como base da educação monástica medieval por vários séculos.

A pintura é, neste período, utilizada para recordar os episódios sagrados: “A pintura pode fazer pelos analfabetos o que a escrita faz para os que sabem ler” (Gombrich: 1988).

“No começo do século XV, a Itália não era uma unidade social, nem cultural, embora o conceito de Itália existisse, e alguns homens educados de outras regiões entendessem a língua toscana. Era simplesmente uma expressão geográfica” (Burke: 1999). Nesta região, surgem os fundamentos do Renascimento. Dentre as condições que favoreceram o surgimento de uma sociedade nova no Norte da Itália (Lombardia), Oto de Freising¹⁴ destaca a organização social e política semelhante à Roma Antiga¹⁵. O ressurgimento comercial no Mediterrâneo (Huberman: 1986) nos séculos XI e XII, em Pisa, Gênova e Veneza¹⁶, contribuiu para o crescimento econômico e populacional.

Segundo Kossovitch (1999)¹⁷, a obra Da Pintura (1435-36) de Leon Battista Alberti é a primeira a teorizar sobre a pintura, tendo, como fonte, a obra de Vitruvius e de Plínio (História Natural – séc. I d.C.), além do discurso (retórica e dialética) de Dante e do uso da Geometria grega.

Em 1434, quando Alberti transfere-se para Florença, encontra Brunelleschi, Donatello, Masaccio e Della Robbia. Segundo Katinsky (2002), “é provável que as experiências de Brunelleschi¹⁸ se tenham

¹¹ Para finalizar, uma palavra sobre o significado do termo *elementos*. Segundo Proclo, os gregos antigos definiam os “elementos” de um estudo dedutivo como os teoremas-mestre, de uso geral e amplo no assunto. Euclides, no livro *Os Elementos*, tomou como base cinco *axiomas* e cinco *postulados* geométricos e tentou deduzir todas as suas quatrocentos e sessenta e cinco proposições dessas dez afirmações. Certamente um dos grandes feitos dos matemáticos gregos antigos foi a criação da forma postulacional de raciocínio.

¹² A tradução em português de Marco Antonio Lagonegro, e introdução de Júlio Roberto Katinsky.

¹³ Segundo Panofsky, Boécio, em *Opera*, apresenta, em duas passagens, perspectiva como uma disciplina subsidiária da Geometria.

¹⁴ Historiador germânico do século XII que escreveu, entre outros, *Façanhas de Frederico Barbarossa*.

¹⁵ Pisa foi a primeira cidade a adotar esta forma consular de governo (1085), na qual o *podestà* era o funcionário detentor do poder supremo (*potestas*) sobre a cidade. Embora esta forma republicana de autogoverno dominasse as principais aglomerações lombardas e toscanas, estas, por direito, ainda eram vassaladas do Sacro Império Romano Germânico, herança dos tempos de Carlos Magno, reafirmadas por Oto I no século X, que decretou a anexação do Regnum Italicum às possessões germânicas. (Skinner: 2003)

¹⁶ Veneza, devido às fortes ligações com Constantinopla, sempre manterá seu comércio como Oriente.

¹⁷ Prof. Leon Kossovitch (FFLCH – USP) Prefácio *Da Pintura*.

iniciado nos primeiros anos do século 15 (...) Por outro lado, por mais ferinos que tenham sido os amigos do grande arquiteto, nunca houve uma acusação, em relação a Alberti, de plágio do genial artista florentino”.

O 1º, dos 3 livros que compõe Da Pintura, trata da técnica da perspectiva desenvolvida por Alberti, a partir da descoberta de Brunelleschi. Nele explica o processo ótico da visão, através da “pirâmide visual”.

Sua técnica de perspectiva consiste em construir um quadrado e transformá-lo em uma “janela visual”. A partir da dimensão humana, divide a medida em três “braços”. A linha da base do quadrado é dividida em partes iguais. Localiza-se o ponto de interceptação do raio cêntrico (principal raio da pirâmide visual) com o quadrado, chamado-o de ponto cêntrico (ponto de fuga, sendo a projeção do ponto do observador). Traçam-se linhas do ponto cêntrico até as divisões feitas na base do quadrado. “Saiba-se bem que nenhuma coisa pintada jamais poderá ser semelhante às coisas verdadeiras, se não houver uma determinada distância para vê-la”¹⁹. Explica a determinação das linhas paralelas à base do quadrado, a partir da distância do observador ao quadrado, conforme podemos observar na figura 1 abaixo.

“A concepção científica da arte, que forma a base da instrução acadêmica, começa com Leon Batista Alberti. Ele foi o primeiro a expressar a idéia de que a matemática é o terreno comum à arte e às ciências, pois a teoria das proporções e a perspectiva são ambas disciplinas matemáticas” (Gama: 1987).

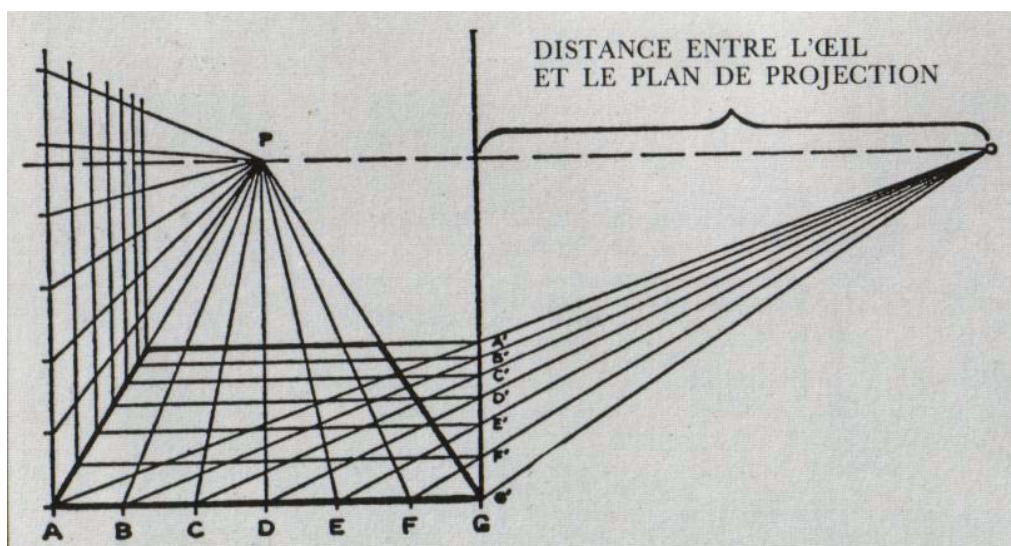


Figura 1 - ALBERTI: <costruzione abbreviata> construção em perspectiva do <quadrado de fundo> em tabuleiro quadriculado pelo método de Alberti a partir da <costruzione legittima> de Brunelleschi. (Panofsky: 1981. in Damisch: 1993)

Em

1377 nasceu, em Florença, o arquiteto que influenciou Alberti: Filippo Brunelleschi. Além de um novo estilo, suas idéias representavam uma técnica, “que já não é atividade manual, mas método ou processo racional, que portanto se aplica tanto à resolução de problemas construtivos como à pesquisa histórica e ao conhecimento da realidade” (Argan: 1999). A solução construtiva da cúpula e da lanterna de Santa Maria del Fiore demonstram o surgimento de uma nova técnica, já que a lanterna “é posta no ponto de

¹⁸ Segundo Antonio Manetti, principal biógrafo e contemporâneo deste arquiteto, Filippo Brunelleschi (1377 – 1446), no interior da Igreja de Santa Maria del Fiore, desenha a praça em frente com o batistério em uma tábua de cerca de 30 cm. Em seguida faz um furo, do tamanho de uma “lentilha”. A um “braço” de distância (60cm), coloca um espelho e, pelo furo, olha o espelho que reflete o desenho, obtendo o encaixe da imagem pintada do batistério na paisagem real. Esta experiência ótica deve ter ocorrido na época do concurso da porta deste batistério (1401).

¹⁹ Tum etiam pictas res nullas veris rebus pares, nisi certa ratione distent, videri posse nemo doctus negabit

convergência das nervuras e, portanto, sendo estas imaginadas como <linhas de perspectiva>, encontra-se exatamente no <ponto de fuga>”²⁰ (Argan: 1999).

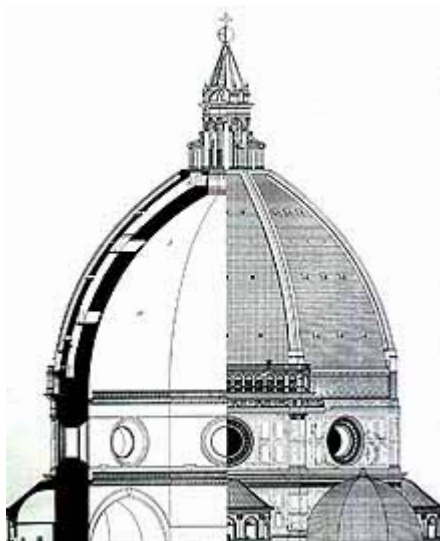


Figura 2 - Corte da cúpula da Igreja Santa Maria del Fiore. (Parronchi: 1964).

A partir do controle da técnica, com a aquisição do saber fazer, possibilita-se o saber pensar e o saber olhar. Com o domínio sobre o pensar o espaço, Brunelleschi conquista a descoberta e aplicação prática da *costruzione legittima* de Alberti. Haverá, a partir deste descobrimento, uma mudança no modo de ver e do modo de representar, quando a expressão plástica adota uma visão do espaço que permite mensurá-lo, construí-lo de maneira científica e representá-lo geometricamente.

Brunelleschi desenvolveu duas experiências visuais que “marcam o nascimento do método de representação conhecido como *perspectiva artificialis*, ou seja, uma construção geométrica que se classifica como projeção central (também dita *divergente* ou *cônica*) que faz do centro de projeção <o observador>, dos raios de projeção <os raios visuais>, e do centro de projeção <o plano do quadro>” (Xavier: 1997).

Manetti relata que primeiro ele fez a demonstração com uma tabuleta (retábulo) quadrada de meio braço (58 cm), onde fez a pintura do Batistério de San Giovanni, estando a três braços dentro da Santa Maria del Fiori. Para reproduzir o céu, colocou prata polida, de modo que os espaços livres refletissem as nuvens levadas pelo vento. Na tavoletta fez um furo pequeno como uma lentilha, de modo que ele colocasse o olho do lado contrário à pintura e, com a outra mão segurasse um espelho plano em frente, de modo que a distância fosse de um braço. Ao observar a pintura refletida no espelho “encaixada” na paisagem “parecia ver-se a igreja verdadeira e real; e eu tive em mãos e a vi muitas vezes do que posso dar testemunho” (Manetti). A segunda demonstração foi feita na praça do Palácio dos Senhores de Florença. Paolo Ucello e outros pintores tentaram imitá-lo sem sucesso já que não dominavam ainda a técnica da pintura com a perspectiva.

“Toda a história da perspectiva central, desde a experiência de Brunelleschi até aos seus desenvolvimentos tardios, tentou exhibir o olho do pintor sobre o plano do próprio quadro (...). Paradoxalmente, em matemática, o centro de projeção (olho), é o único ponto onde a imagem não está definida sobre o plano do quadro” (Comar: 1992)

A pintura desenvolveu-se em Florença, a partir de um momento anterior ao de Alberti e Brunelleschi, e a conquista da profundidade e do volume surge com Ambrogio di Bondone (1266 – 1337), conhecido como Giotto. Nas inovações que surgiram com Brunelleschi e com o escultor Donatello (1386 – 1466), temos em Masaccio²¹ (1401 – 1428) um legítimo representante. Em A Santíssima Trindade (1427) “o cenário contemporâneo, revela um domínio total da perspectiva científica e da nova arquitetura de Brunelleschi” (Janson e Janson: 1996).

“O lugar a partir do qual se deve ver o quadro, não poderá jamais ser mostrado pelo próprio quadro, salvo se recorrer a um artifício – como o do espelho no retrato do casal Arnolfini de Van Eick – o lugar do pintor ou do espectador é por essência um lugar invisível” (Comar: 1992).

²⁰ grifo nosso.

²¹ Il Masaccio, quer dizer “desajeitado”, era o apelido de Tommaso de ser Giovanni.

“Em princípio, esta construção geométrica exata (...) ainda se funda em duas premissas aceitas como axiomáticas tanto na óptica clássica como na medieval: a primeira, é que a imagem visual é produzida por linhas retas que estabelecem a ligação do olho com os objetos vistos, formando o conjunto da figura aquilo a que se chama <pirâmide ou cone visual>; a segunda, é que a superfície e a forma dos objetos tais como aparecem na imagem visual são determinadas pela posição relativa dos <raios visuais>” (Panofsky: 1981).

Concluimos que Brunelleschi inventou a *costruzione legittima* que, com a pirâmide visual de Alberti, estabelece uma representação em perspectiva correta, que pode ser obtida pela projeção dos objetos sobre um plano, construída por métodos geométricos elementares.

O primeiro tratado de perspectiva conhecido foi concebido pelo pintor e matemático Piero della Francesca (1416 – 1492), em 1475, denominando-se *De prospectiva pingendi*²². Em seu Tratado de pintura, de paisagem, sobre e luz (1483 – 1518), Leonardo da Vinci (1452 – 1514) aborda a perspectiva no capítulo VII, do tópico 183 ao tópico 243. Entretanto, segundo Xavier (1997), ele não produziu algo de concreto, no desenvolvimento do sistema como construção geométrica. Dentre os pontos levantados, temos as deformações decorrentes da abertura do ângulo visual e as diferenças entre as perspectivas *naturalis* e *artificialis*.

“A arte e a ciência haviam-se unido pela primeira vez com a descoberta da perspectiva, por Brunelleschi; a obra de Leonardo constitui o clímax dessa tendência” (Janson e Janson: 1996).

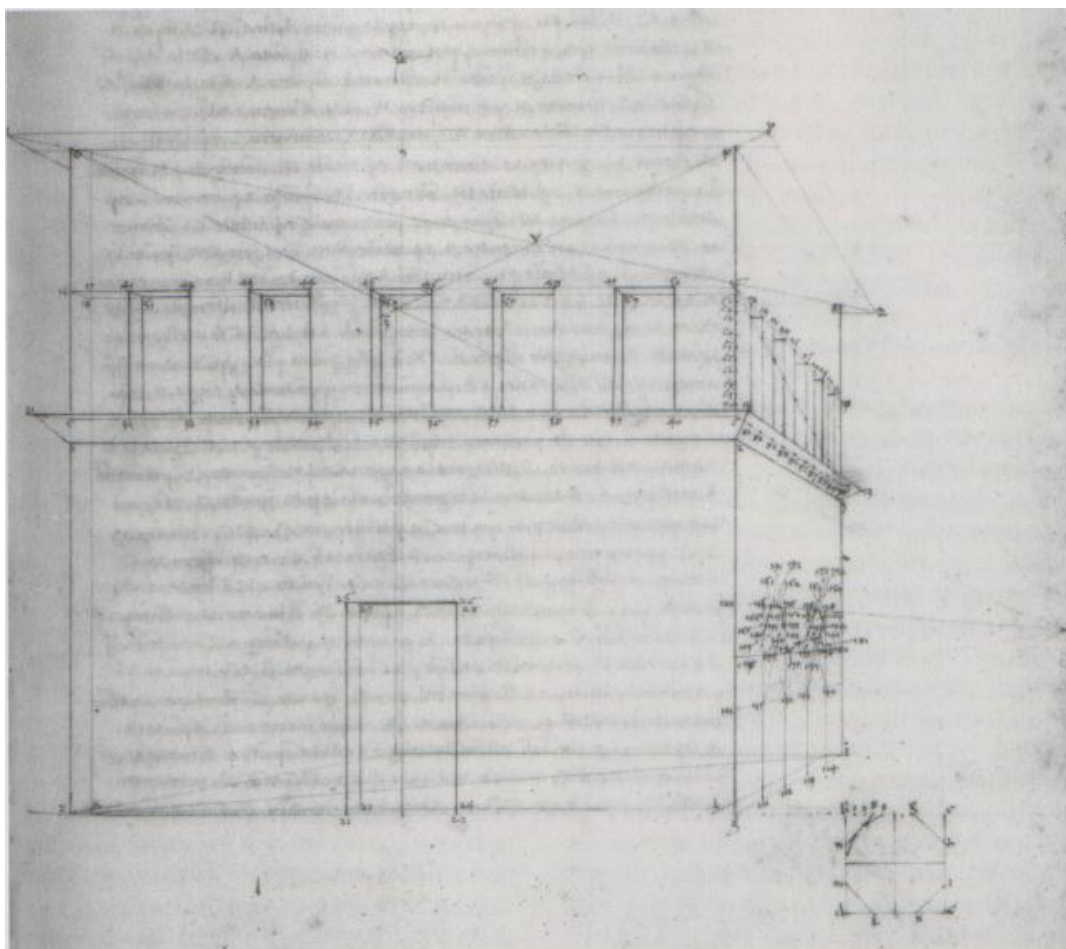


Figura 3 - FRANCESCA: *De prospectiva pingendi*, livro 2, proposição 9. 1475.

Com o advento dos tipos móveis, surge em Toul (1505), o primeiro tratado impresso: De Artificiali Perspectiva do padre Jean Pélerin (1445 – 1524), conhecido como Viator²³. A perspectiva adquire um aumento de interesse como ciência geométrica.

Em Nuremberg²⁴ (1471 – 1528) Albrecht Dürer, procurando aprofundar seu conhecimento em perspectiva, constrói equipamentos de estudo, presentes em suas gravuras.

Guidobaldo Marchese del Monte (1545 – 1607) torna-se “*uma figura fundamental na história da perspectiva (...) como iniciador da moderna teoria da perspectiva*” (Sinisgalli: 2004). Nascido em Pesaro, “*herda do pai o amor pela arquitetura e pelo estudo da matemática*” (Sinisgalli: 2004). Commandino, um grande tradutor de obras clássicas, do grego para o latim, incluindo Os Elementos, como professor de Guidobaldo, acaba por influenciá-lo, resultando no Perspectivae Libri Sex (1600), o primeiro livro de matemática da projeção perspectiva, dentro de um rigor científico, *nel piu puro stile euclideo...*

Girard Desargues (1591 – 1661), em sua obra Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cone avec un plan (Paris: 1639) une o princípio de continuidade do alemão Johann Kepler (1571 – 1630) com a perspectiva do Renascimento italiano. “*A geometria projetiva de Desargues tinha uma enorme vantagem em generalidade sobre a geometria métrica de Apolônio, Descartes e Fermat, pois muitos casos especiais de um teorema se juntaram num enunciado geral*” (Boyer: 1996). Mas sua proposição mais conhecida não está neste livro: Se dois triângulos estão colocados de tal maneira que as retas que unem os pares de vértices correspondentes são concorrentes, então os pontos de intersecção de pares de lados correspondentes são colineares, e reciprocamente. “*É interessante notar que embora em três dimensões o teorema seja uma consequência simples do axioma da incidência, a prova para duas dimensões requer uma hipótese adicional*” (Boyer: 1996). Preferindo uma linguagem “própria”, que demonstra o quanto Desargues sabia ver e representar o espaço matemático tridimensional, apropriando-se deste conhecimento para desenvolver a Geometria Projetiva.

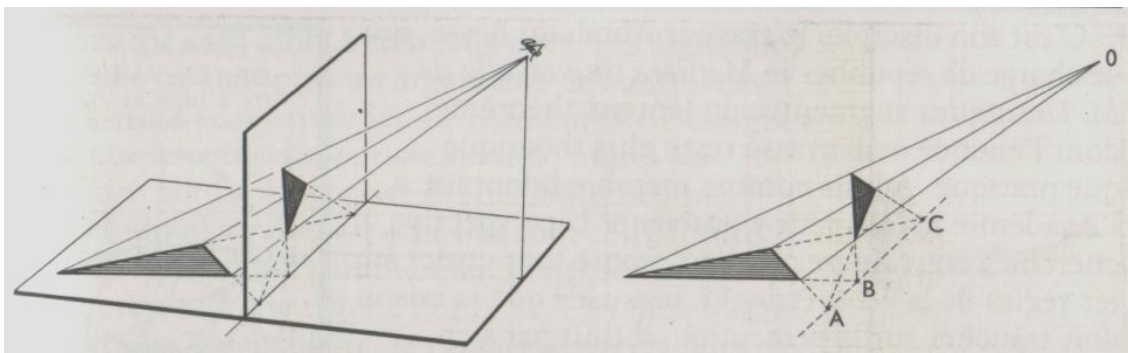


Figura 4 - Teorema de Desargues. (Comar: 1992).

“*Perspectiva é uma palavra latina que significa ‘ver através de’.* Assim procurou Dürer explicar o conceito de perspectiva” (Panofsky: 1999. p. 31). Montenegro (1996) define perspectiva como aquilo que “*mostra as coisas como nós vemos com três dimensões, que mostra os objetos como eles aparecem à nossa vista*”.

²² A perspectiva do pintor

²³ o viajante

²⁴ Na região da atual Alemanha, tivemos o cardeal Nicholas de Cusa (1401 – 1464) que, embora tivesse acesso a parte da obra de Arquimedes traduzida por Jacob de Cremona, era melhor filósofo (neoplatonismo) que matemático. Das Universidades de Leipzig e Viena e, após viajar e estudar na Itália, Johann Müller de Königsberg, adotou a forma latina de seu lugar natal: Regiomontanus, “*provavelmente o matemático mais influente do século XV*” (Boyer: 1996).

Hoje a perspectiva é objeto de estudo da Geometria, “*mas o geômetra é exceção*”, ressalta Montenegro (1996). Para ele a maioria das pessoas usa a perspectiva como meio geométrico para a representação gráfica.

A perspectiva linear ou perspectiva exata²⁵ (Katinsky: 2002) pertence ao grupo de projeções centrais ou cônicas, por isso ficou conhecida também como perspectiva central ou perspectiva cônica.

Resumidamente poderíamos dizer que a diferença entre projeções cônicas e paralelas é a localização do ponto de convergência das retas projetantes (ponto de fuga) que nas cônicas está a uma distância finita (ponto próprio) e nas paralelas, no infinito (ponto impróprio).

A situação de aprendizagem da perspectiva dentro de um contexto histórico

O conhecimento resulta de um contexto social e a análise histórico-crítica da sociedade em um período indica idéias que levaram à gênese do que se definiu como perspectiva. O campo histórico, tanto de uma forma geral, como restrito à arte, à filosofia, à ciência e à matemática, é requisitado e deve ser exposto aos alunos, em situação de aprendizagem, estimulando a reflexão sobre o que é sabido, conhecido e visto.

Propomos encontros que desenvolvam um processo de aquisição do conhecimento que, na interação do aluno com o grupo, permita a reinterpretação de informações e conceitos, conduzindo a um competência capaz de ser adquirida. Os encontros diferenciam-se pela linguagem, variando entre a verbal (debate) e a pictórica (análise de obras).

Ao discorrer sobre o ensino da perspectiva, Katinsky (2002) explica que “*(...) nosso objetivo é atingir o Ensino Médio. É óbvio que o estudo assim orientado (instrumentado) não pode prescindir de considerações sobre o ambiente artístico e cultural em que se realizou a descoberta (da perspectiva)*” .

Posteriormente um relatório-síntese²⁶ produzido pelos alunos é entregue, contendo um resumo dos comentários e sugestões sobre o tema nos encontros. “*É amplamente reconhecido que, por intermédio da escrita, o indivíduo pode, mais facilmente, reconhecer seu próprio processo cognitivo e assim encaminhar adequadamente este processo*” (D'Ambrosio: 1996). O uso dos relatórios é imprescindível para uma melhor aquisição de conhecimentos. “*Erros e acertos são extremamente importantes para motivar explicações. Não se trata de corrigir, mas de deter indicadores do que foi assimilado pela classe*” (D'Ambrosio: 2002.).

Assim permitimos “*uma compreensão mais profunda da natureza do processo em realização*”; podendo o aluno “*voltar à história seguindo o fio condutor que vai ligar entre si as etapas mais significativas da geometria e <explicar> a natureza de cada uma delas na sua ordem de sucessão*” (Piaget e Garcia: 1987).

Um caminho para a compreensão do momento histórico se fará a partir da análise das descobertas científicas e do pensamento filosófico dominante. “*A história da matemática é um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época*” (D'Ambrosio: 1996).

O estudo da história da matemática “*satisfaz o desejo de muitos de nós sabermos como as coisas em matemática se originaram e se desenvolveram; oferece uma grande satisfação em si mesmo, mas também pode ser um auxiliar no ensino e na pesquisa; ajuda a entender nossa herança cultural, não somente através das aplicações que a matemática teve e ainda tem na astronomia, na física e em outras ciências, mas também devido as relações que ela teve e ainda tem com os campos variados como a arte, a*

²⁵ Daremos preferência para este termo por reforçar mais as ligações matemáticas da perspectiva.

²⁶ Um modelo de Relatório-Avaliação é apresentado por D'Ambrósio (1996) pg. 71.

religião, a filosofia e as técnicas artesanais; proporciona um campo onde o especialista em matemática e os outros campos da ciências podem encontrar interesse comum; oferece um pano de fundo para a compreensão das tendências em educação matemática no passado e no presente; ilustra ou torna mais interessante o seu ensino e conversação com historietas” (Struik In Gama: 1985).

Bibliografia

- ALBERTI, Leon A. *Da pintura*. Tradução de Antonio da Silveira Mendonça. 2ª ed. Campinas: Unicamp, 1999.
- ARGAN, Giulio Carlo. *Clássico anticlássico: o renascimento de Brunelleschi a Bruegel*. Tradução de Lorenzo Mammi. São Paulo: Cia das Letras, 1999.
- BOYER, Carl B. *A história da matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BURCKHARDT, J. *The civilisation of the renaissance in Italy*. Basel. 1860. London. 1873.
- BURKE, Peter. *O renascimento italiano – cultura e sociedade na Itália*. Tradução de José Rubens Junqueira. São Paulo: Nova Alexandria, 1999.
- COLMEZ, F. & PARZYSZ, B., *Le vu et le su dans l'évolution de dessins de pyramides du CE2 à la Seconde, Espaces graphiques et graphismes d'espaces*, Paris, 1993.
- COMAR, Philippe. *La perspective en jeu. Les dessous de l'image*. Découvertes Gallimard-Sciences. Paris: Gallimard, 1992.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática).
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação matemática: teoria e prática*. Campinas : Papyrus, 1996.
- DAMISCH, Hubert. *L'origine de la perspective*. Paris: Flammarion, 1993.
- DUVAL, Raymond. *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berna: Peter Lang, 1995.
- EUCLIDES. *Elementos de la geometria*. Traducion de David Hilbert. Version de Juan David Garcia Bacca. México: Universidad Nacional Autonoma de México, 1944.
- EVES, Howard. *Introdução à história da matemática*. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 1995.
- FLORES. Cláudia R. A problemática do desenho em perspectiva: uma questão de convenção. *Revista Zetetiké*. I 11, (19), Campinas, jan-jun. 2003.
- FLORES. Cláudia R. *Olhar, saber, representar: Ensaio sobre a representação em perspectiva*. 2003. Tese de Doutorado (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- FÓRUM : Outro mundo em debate. São Paulo. Publisher Brasil. 18. julho de 2004.
- GAMA, Ruy (org.) *História da técnica e da tecnologia*. São Paulo: Queroz/Edusp, 1985.
- GAMA, Ruy. *A tecnologia e o trabalho na história*. São Paulo: Nobel/Edusp, 1987.
- GARCIA, Rolando. *O conhecimento em construção: das formulações de Jean Piaget à teoria dos sistemas complexos*. Tradução de Valério Campos. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- GARDNER, Howard. *Estruturas da mente: A teoria das inteligências múltiplas*. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 1994.

- GOMBRICH, Ernst H. *A história da arte*. Tradução de Álvaro Cabral. 4ª ed. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988.
- HUBERMAN, Leo. *História da riqueza do homem*. Tradução de Waltensir Dutra. 21ª ed. rev. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1986.
- JANSON, H.W. JANSON, A.F. *Iniciação à história da arte*. Tradução de Jefferson Luiz Camargo, 2ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1996.
- KATINSKY, Júlio Roberto. *Renascença: estudos periféricos*. São Paulo: FAU-USP, 2002.
- MACHADO, José N. *Educação: projetos e valores*. 5. São Paulo: Escrituras, 2000. (Coleção Ensaio Transversais).
- MACHADO, Silvia Dias A. (et. al). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: Educ, 1999.
- MONTE, Guidobaldo del. *Perspectivae libri sex*. Tradotti da Rocco Sinisgalli. Roma: Università di Roma, 2004.
- MONTENEGRO, Gildo. *A perspectiva dos profissionais*. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- PANOFSKY, Erwin. *Renascimento e renascimento na arte ocidental*. Tradução de Fernando Neves. Lisboa: Presença, 1981.
- PANOFSKY, Erwin. *A perspectiva como forma simbólica*. Tradução de Elisabete Nunes. Lisboa: Edições 70, 1999.
- PARRONTI, Alessandro. *Studi su la dolce prospectiva*. Milão: Aldo Martello, 1964.
- PARZYSZ, Bernard. *Représentations planes et enseignement de la géométrie de l'espace au lycée*. Contribution à l'étude de la relation voir/savoir. vol. 1 e 2. Paris: Université Paris VII, 1989.
- PIAGET, Jean, INHELDER, Bärber. *A representação do espaço na criança*. Tradução de Bernardina Machado de Albuquerque. Porto Alegre: Artmed, 1993.
- PIAGET, Jean. *A epistemologia genética*. Tradução de Nathanael C. Caixeira. Petrópolis: Vozes, 1971.
- PIAGET, Jean, INHELDER, B. SZEMINSKA, A. *La géométrie spontanée de l'enfant*. Paris: Presses Universitaires de France, 1948.
- PIAGET, Jean, GARCIA, Rolando. *Psicogênese e história das ciências*. Lisboa: Dom Quixote, 1987. (Coleção Ciência nova número 6).
- RONAN, Colin A. *História ilustrada da ciência da Universidade de Cambridge*. Da renascença à revolução científica. 3. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1987.
- ROSA, Silvana B. *A integração do instrumento ao campo da engenharia didática: O caso do perspectógrafo*. Florianópolis: UFSC, 1998.
- SKINNER, Quentin. *As fundações do pensamento político moderno*. Tradução de Renato Janine Ribeiro e colaboradores. São Paulo: Companhia das Letras, 1996-2003.
- VASCONCELOS, Mário S. (org.). *Criatividade: psicologia, educação e conhecimento novo*. São Paulo: Moderna, 2001. (Educação em pauta: teorias & tendências).
- VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 10, (2.3), Grenoble, 1990.
- VINCI, Leonardo da. *Tratado de la pintura y del paisaje sombra y luz*. Traducion de Péladan. Version de Jacinto Ramos. Buenos Aires: Joaquín Gil, 1944.
- VITRUVIO. *Da arquitetura*. Tradução de Marco Antonio Lagonegro. 2ª ed. São Paulo: Hucitec/AnnaBlume, 2002.

VYGOTSKY, L.S. *Pensamento e linguagem*. Tradução de Jeferson Luiz Camargo. 2^a ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

XAVIER, João Pedro. *Perspectiva, perspectiva acelerada e contraperspectiva*. Porto: FAUP, 1997.

A PERSPECTIVA DE CLAIRAUT PARA O ENSINO DE GEOMETRIA NO SÉCULO XVIII

Maira Mendias Lauro

mairaml@terra.com.br

Graduada em Licenciatura em Matemática – IME/USP

Especialista em Matemática – IME/USP e em Tecnologia Educacional – UNINOVE

Mestranda em Educação – FE/USP

Orientadora: Profª Dra. Maria Cristina Bonomi Barufi

Resumo: Nas aulas de Geometria, de modo geral, reconhece-se uma polarização entre atividades perceptivas, manipulativas – que são propostas principalmente nas primeiras séries da escolarização – e a sistematização formal, a teorização, nas séries seguintes. Esse caminho geralmente faz com que os alunos não compreendam a Geometria, não construam um conhecimento significativo. Neste trabalho, consideramos que, em todos os níveis do ensino, é fundamental a articulação entre a percepção e a concepção e que, juntamente com elas, duas outras dimensões da dinâmica do processo de construção do conhecimento geométrico – a construção e a representação – são essenciais. A partir desse referencial, analisar-se-á o livro Elementos de Geometria do matemático francês Alexis Claude Clairaut, publicado pela primeira vez em 1741 e traduzido para o português em 1892.

Introdução

No ensino de Matemática – ou de qualquer outra disciplina – é conveniente que o professor estabeleça estratégias que favoreçam a prática educativa tratando de todos os temas adequadamente, com a profundidade possível, em vez de optar por uma seqüência linear de assuntos em que, começando por um deles, trate-o exaustivamente em detrimento dos demais. Essa alternativa, indesejável, tem sido muito freqüente, historicamente, com especial prejuízo para os temas da Geometria.

Nas aulas de Geometria nas primeiras séries da escolarização, de modo geral, as atividades propostas envolvem somente a percepção. Já nas últimas séries do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e também no Superior, as atividades relacionadas com a Geometria, são direcionadas à concepção. Ou seja, *é como se a Geometria fosse organizada segundo um vetor com origem nas atividades perceptivas e extremidade na sistematização formal* (MACHADO, 2002, p.53).

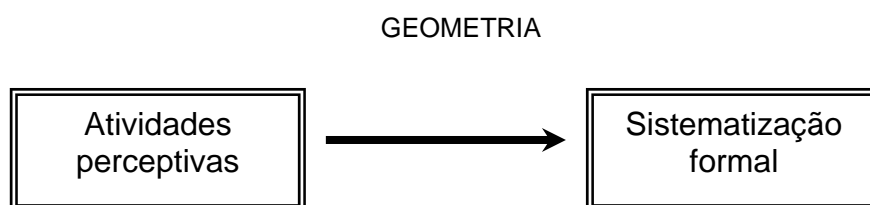


Figura 1: Organização atual da Geometria

Descartes (2002), em seu Discurso do Método – século XVII – estabelece quatro regras para bem conduzir a própria razão e procurar a verdade nas ciências. No terceiro preceito do método, Descartes afirma ser necessário

Conduzir meus pensamentos com ordem, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para pouco a pouco me elevar, como por degraus, até o conhecimento dos mais complexos; e supondo mesmo uma ordem, entre aqueles que não se precedem naturalmente uns aos outros. (p.90)

Constatamos, antes de qualquer coisa, que a ordem à qual Descartes se refere, não é aquela que se encontra na natureza, isto é, nos objetos físicos, mas é uma suposta ordem na construção do conhecimento proposta em sala de aula. Trata-se de uma ordem racional, que nem sempre corresponde à ordem natural. É a ordem da dedução, pela qual se passa das coisas fáceis às mais difíceis.

Para Barufi (1999):

A filosofia cartesiana norteou por muito tempo, e, em alguns ambientes, talvez continue norteando, as concepções vigentes de conhecimento em geral, e especificamente do conhecimento matemático. (p. 09)

Nesse contexto, no campo educacional o trabalho com a Geometria parece, muitas vezes, ser concebido segundo a rigidez do pensamento do filósofo francês. O ensino de Geometria é feito de maneira linear, obedecendo a uma ordem hierárquica, partindo do mais simples – percepção – que constitui um conjunto de pré-requisitos, em direção ao mais complexo – concepção. Assim, a cadeia é a imagem cartesiana do conhecimento.

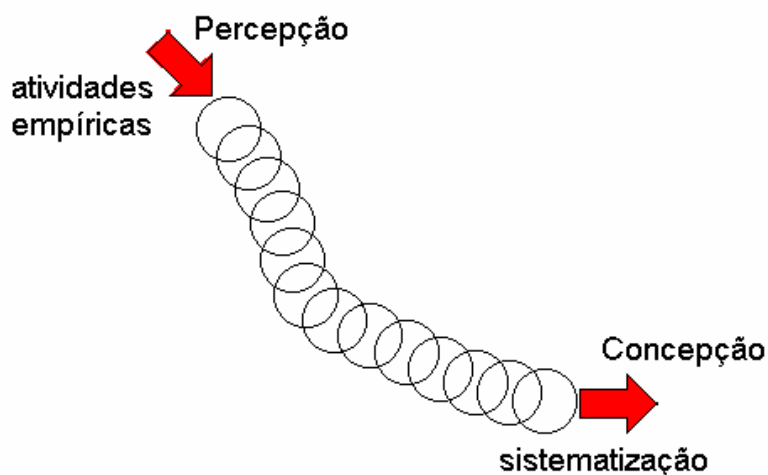


Figura 2: Concepção cartesiana de conhecimento geométrico – a cadeia

A passagem da percepção para a concepção é feita de maneira abrupta: o estágio inicial parece estar voltado a uma certa infantilização, havendo, em seguida, um rompimento, buscando o conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico-dedutivo e a teorização. Machado (2002) abaliza essa visão, pois para ele:

Para a compreensão da dinâmica do processo de construção do conhecimento geométrico, a polarização entre as atividades perceptivas e a sistematização conceitual parece claramente insatisfatória. (p. 52)

Ainda, para o mesmo autor, é essencial que exista uma articulação entre a percepção e a concepção, estabelecendo caminhos convenientes que permitam um trânsito natural entre ambas, com dupla mão de direção. (MACHADO, 2002, p. 53).

Assim, entendemos que a limitação a atividades de manipulação de objetos materiais mesmo nas séries iniciais do ensino é insuficiente; e, trabalhar apenas com o conceitual, sem relações com objetos materiais, em todos os níveis do ensino, seja talvez, ainda pior. É necessário haver articulação entre a percepção e a concepção.

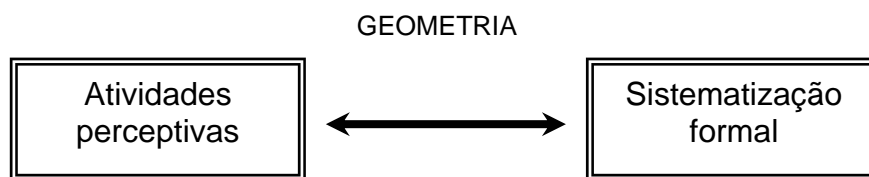


Figura 3: Organização desejada da Geometria

O filósofo chinês Chang Tung-Sun (2000), estabelece uma distinção entre os diversos tipos de conhecimento e afirma que, de modo geral, existem dois tipos de conhecimento: o perceptivo – aquilo que pode ser tocado e percebido diretamente e o conceitual – o que não pode ser verificado pelos sentidos. No entanto, para ele:

Pode-se observar que o conhecimento perceptivo não pode estar fora do conceitual, nem se pode separar o conceitual do perceptivo. Na realidade, todo conhecimento conceitual contém elementos perceptivos e vice-versa. A diferenciação entre os dois visa sempre às simples conveniências da análise. Eles não existem isoladamente. (p. 170)

O problema torna-se maior ao constatarmos que, no processo de construção do conhecimento geométrico, outras duas dimensões da dinâmica do processo cognitivo no caso da Geometria – a construção e a representação – para as quais o Desenho Geométrico bem como a Geometria Projetiva e a Geometria Descritiva são fundamentais, praticamente foram banidas da maioria das escolas e dos livros didáticos.

De fato, a Geometria pode e, a nosso ver, deve ser iniciada por meio de atividades empíricas, visando a percepção, mas tais atividades estão diretamente relacionadas com a construção de objetos em sentido físico, bem como com a representação de objetos através de desenhos, onde suas propriedades e características possam ser concretizadas. A sistematização conceitual torna-se possível nas ações de representação e construção.

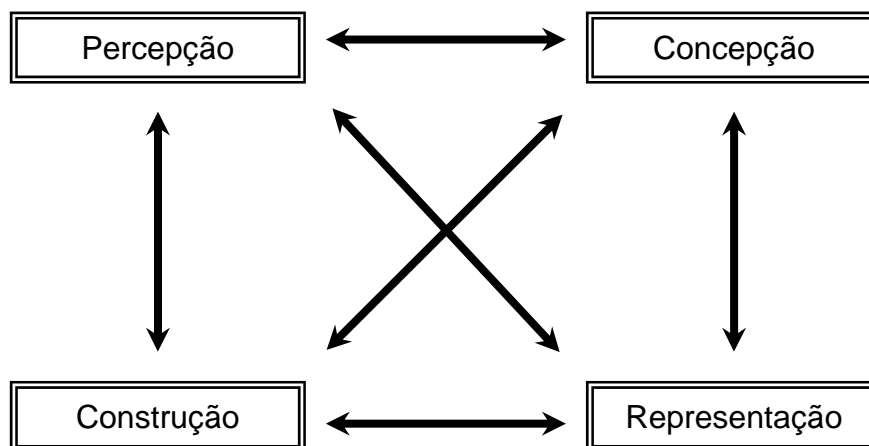


Figura 4: Organização desejada da Geometria

No processo de construção do conhecimento geométrico, não basta o estabelecimento de articulações entre atividades perceptivas, manipulativas e concepções; é fundamental a existência de ênfases em quatro dimensões desse tipo de conhecimento: a percepção, a construção, a representação e a concepção. Nesse sentido Kaleff (1994), destaca que:

Muitas vezes realizamos com nossos alunos atividades que são encaradas como simples divertimentos tais como quebra-cabeças, jogos de montar, pinturas, colagens etc, aparentemente mais indicadas às aulas de Artes do que as de Matemática. Porém, tais atividades não só são importantes para o desenvolvimento da intuição espacial e de habilidades para visualizar, desenhar, interpretar e construir, mas têm relação com a formação do pensamento geométrico dedutivo. (p. 21)

Consideramos portanto que, na dinâmica da construção do conhecimento geométrico, em vez de uma polarização percepção/concepção, é fundamental a caracterização de quatro, por assim dizer, processos: a percepção, a construção, a representação e a concepção que, metaforicamente, constituem as faces de um tetraedro com elementos comuns e articulados nos quais podem ser apreendidos não apenas o significado e as funções do ensino de Geometria, como também alguns elementos básicos na dinâmica dos processos cognitivos de uma maneira geral. (MACHADO, 2002, p. 54).

Em primeiro lugar, é preciso esclarecer o significado atribuído às quatro faces do tetraedro referido. A representação do processo de ensino/aprendizagem em Geometria por meio de um tetraedro parece ser interessante e satisfatória, por não privilegiar nenhuma de suas faces, mas distribuindo igualmente a importância, obtendo um sólido geométrico que se equilibra sobre qualquer uma delas.

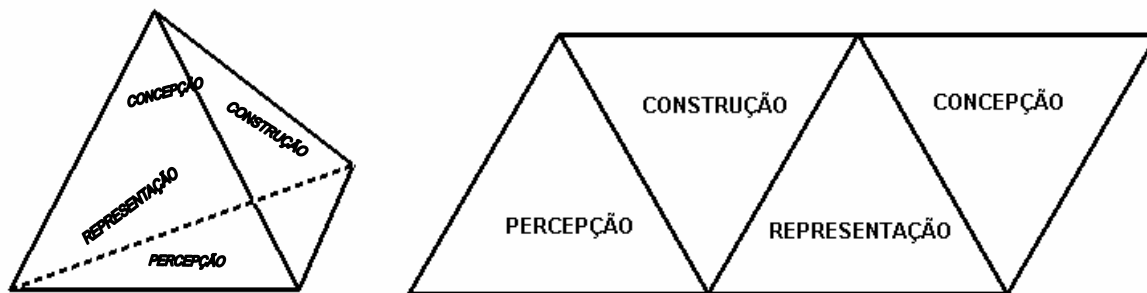


Figura 5: O tetraedro: percepção/construção/representação/concepção

A metáfora do tetraedro é tão frutífera justamente devido à possibilidade de haver equilíbrio quando o sólido está apoiado em qualquer uma de suas faces. Assim também o conhecimento geométrico encontra-se equilibrado quando a ênfase é colocada em qualquer uma das suas características principais: nesse momento essa ênfase constitui o apoio. Entretanto, assim como o sólido pode ser apoiado em qualquer outra de suas faces, o apoio, no caso da Geometria, pode estar situado em qualquer outro dos processos.

Em Machado (2002), encontramos que:

[...] não obstante o fato de a iniciação em geometria realizar-se por meio da percepção de formas e de suas propriedades características, através de atividades sensoriais, como a observação e a manipulação de materiais, desde muito cedo tais atividades relacionam-se diretamente com a construção de objetos em sentido físico, através de massas, varetas ou papéis, por exemplo, bem como com a representação de objetos, através de desenhos, onde as propriedades costumam ser parcialmente concretizadas. (p. 54)

Para cada uma das quatro faces do tetraedro mencionado é possível atribuir significados a fim de viabilizar melhor compreensão. A separação é puramente formal pois cada face do tetraedro se relaciona com as demais, bem como cada um dos processos geométricos se relaciona com os outros.

1. A percepção

A percepção se refere à observação e à manipulação de objetos materiais – atividades sensoriais – e à caracterização das formas mais freqüentes presentes no mundo à nossa volta. A percepção ocorre por meio de atividades empíricas. Esse processo precisa ser desenvolvido desde as séries iniciais do ensino e relaciona-se diretamente com os demais.

2. A construção

A construção se refere à produção de materiais que possam ser manipulados, ou seja, à elaboração de objetos em sentido físico. A construção pode ocorrer com a utilização de massas de modelar, sabão em pedra, madeira, acrílico, papel, varetas, por exemplo. Em certo sentido, a construção reforça a percepção, bem como essa última estimula a construção.

3. A representação

A representação se refere à reprodução, por meio de desenhos, de objetos percebidos ou construídos. Nesse sentido, fazemos referência ao Desenho Geométrico, bem como à Geometria Projetiva e à Geometria Descritiva. Em qualquer um desses contextos, a representação favorece e é favorecida pela percepção e pela construção.

4. A concepção

A concepção se refere à organização conceitual, à busca do conhecimento geométrico por meio do raciocínio lógico-dedutivo e da teorização. Diz respeito à sistematização do conhecimento geométrico; ao exercício da lógica, aos elementos conceituais, onde têm predomínio as definições formais, o enunciado preciso de propriedades, proposições e teoremas com suas demonstrações, sejam elas formais ou informais.

Lamentavelmente, constatamos um “esquartejamento” no ensino da Geometria, por não haver articulação entre percepção, construção, representação e concepção. Quase sempre os estudantes recorrem à memorização para enfrentarem as dificuldades lógicas apresentadas pelo método axiomático-dedutivo. A consequência observada nesse panorama é o fato dos alunos não compreenderem a Geometria, no sentido de uma construção significativa.

Na concepção de rede de conhecimentos e significados, para Machado (2002), a compreensão não pode ser simplesmente fruto da transmissão de informações, mas sim da apreensão do significado do objeto do conhecimento.

Tal rede é constituída por nós – significados: objetos, pessoas, lugares, proposições, teses etc – e relações que interligam os diversos nós, não existindo isoladamente, mas apenas enquanto pontes entre pontos. Assim, desde o início, temos uma dualidade entre nós e ligações, entre interseções e caminhos, entre temas ou objetos e relações ou propriedades. Na metáfora da rede, temos a não-existência de um percurso necessário do ponto de vista lógico para se transitar pela rede de nó em nó, nenhum nó é privilegiado nem subordinado a um outro, sendo sempre possíveis diversos caminhos para os trajetos entre dois nós. Cada nó é um feixe de relações. Não é possível isolar um nó, nem mesmo uma relação. O conjunto todo tem sentido, não há partes que possam ser isoladamente consideradas. A rede varia de pessoa para pessoa, algumas relações que são importantes para uns, não o são igualmente para outros. (MACHADO, 2002, p. 137 – 140)

Nessa perspectiva de construção do conhecimento como construção de uma rede, percebe-se claramente a não-linearidade e a não-hierarquização, o que indica que a metáfora da rede é muito diferente daquela da cadeia de Descartes.

Mais ainda, a fractalidade como característica da rede, mostra que cada trecho pode ser examinado mais de perto, tornando-se ele mesmo outra rede. Metaforicamente, bastaria utilizar um recurso do tipo *zoom-in* obtendo um refinamento imediato.

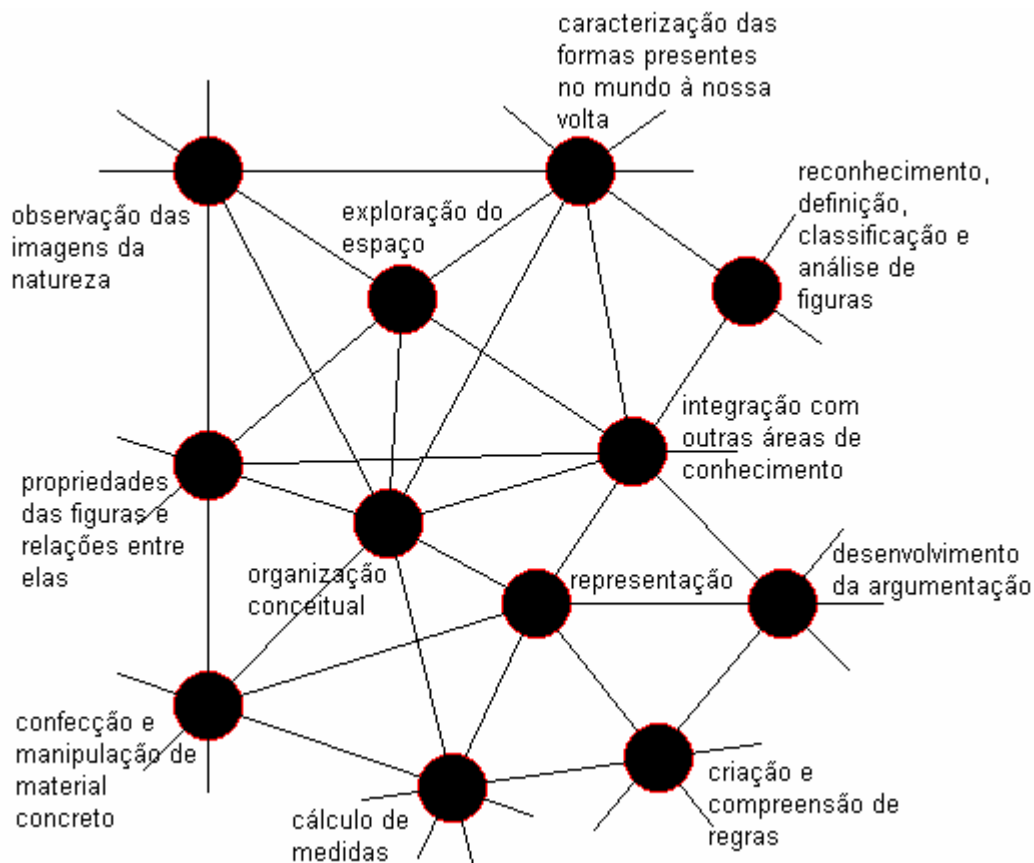


Figura 6: A Geometria: rede de conhecimentos e significados

Voltando a Machado (2002):

Assim, alimentando-se mutuamente, em interação contínua, percepções, construções, representações e concepções são como átomos em uma estrutura com características moleculares, que não pode ser subdividida sem que se destruam as propriedades fundamentais da substância correspondente. Isoladamente, cada uma das faces desse tetraedro tem uma importância muito restrita, seja a percepção que não prepara o terreno para a transcendência da realidade palpável, ou a concepção que se pretende inteiramente desvinculada do mundo físico, ou ainda a construção ou a representação sem compromissos com a ação, que não resultam na realização de um projeto – ou não visam a isso. (p. 55)

Mais ainda, para o mesmo autor,

É tão importante transitar, como uma criança, da percepção à construção, daí à representação e, então, à concepção, quanto o é realizar o percurso do engenheiro ou do arquiteto, que concebe o objeto geométrico antes de representá-lo e construí-lo, e só então torná-lo palpável. (p. 56)

Assim, de modo geral, em todos os níveis do ensino, a Geometria não deveria ser tratada de forma dilacerada; seu ensino necessita de atividades integradoras que articulem a percepção, a construção, a representação e a concepção, inseridas na construção da rede representativa do conhecimento geométrico.

O livro de Clairaut

Neste trabalho, pretendemos verificar a organização do ensino da Geometria no Brasil na década de 1900. Para isso, analisamos o livro *Elementos de Geometria* do matemático francês Alexis Claude Clairaut, cuja publicação ocorreu pela primeira vez, em 1741. Tal obra foi traduzida para o português por José Feliciano e a nossa análise se refere à segunda edição que data de 1909.

A importância maior desse livro foi a influência que ele desempenhou nas futuras propostas de renovação do ensino da Matemática. Alguns autores atuais, como por exemplo Miorim (1998), o consideram a primeira obra que efetivamente se preocupou com o caráter pedagógico da Matemática.

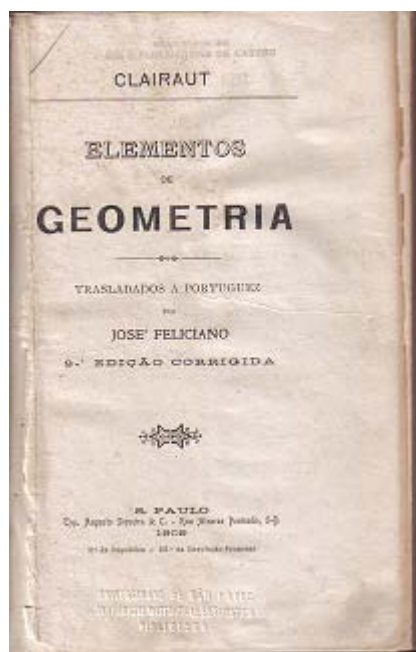


Figura 7: Capa do livro de Clairaut

A fim de viabilizar a análise daquilo que é apresentado pelo autor no livro didático, torna-se necessário estabelecer critérios que irão nortear o nosso trabalho. Para tanto, destacamos alguns que foram especialmente identificados a fim de examinar a maneira pela qual o autor apresenta e desenvolve a Geometria; verificando se há equilíbrio e trânsito entre a percepção, a construção, a representação e a concepção no seu ensino.

1. O contexto histórico: identificar a época em que o livro foi escrito, no sentido de qual era a lei curricular vigente que norteava a produção de livros didáticos.
2. A estrutura do livro e a Geometria: a maneira pela qual esse conteúdo específico está contemplado pelo autor.
3. A Geometria, a Aritmética e a Álgebra: a maneira pela qual esses conteúdos específicos se relacionam na obra.
4. Desenvolvimento do conteúdo: a maneira pela qual os conteúdos de Geometria são desenvolvidos com ênfase em:
 - Geometria axiomática
 - Geometria puramente intuitiva
 - Modelo: Conceito – exemplos – exercícios

- Problemas motivadores, situações problematizadoras que levam em consideração principalmente os aspectos visuais e intuitivos para chegar à construção do conceito
- Polarização percepção / concepção
- Trânsito entre a percepção, a construção, a representação e a concepção
- Exercícios envolvendo a construção e a representação

O contexto histórico

É de conhecimento geral que a obra de Euclides influenciou o ensino da Matemática durante séculos, estabelecendo um padrão: a Geometria axiomática. Esse fato dificultou qualquer tentativa de alteração no modo de ensinar a Geometria. No século XVIII houve reações nas escolas francesas e começaram a aparecer as primeiras obras didáticas que pretendiam estabelecer uma alteração significativa na abordagem da Geometria. A primeira reação contrária à abordagem euclidiana, surgiu através da obra *Eléments de géométrie* de Alexis Claude Clairaut (1713 – 1765).

A obra de Clairaut foi publicada pela primeira vez em 1741, na França. No Brasil, esse livro foi traduzido por José Feliciano, sendo a primeira edição datada de 1892. De acordo com Silva (2000), Francisco Cabrita, professor da Escola Normal e Escola Politécnica, escreveu em 1894, seu livro *Elementos de Geometria*, baseado no livro de Clairaut.

Temos, nesse período no Brasil, o estabelecimento da primeira reforma do ensino secundário na República – a Reforma “Benjamin Constant²⁷”, de 1890 – que procurou valorizar a ciência no ensino secundário, mas que preservou seu caráter enciclopedista. Essa Reforma manteve o ensino secundário de sete anos. É importante observar que um ano antes da proclamação da República, o Diário Oficial de 10 de abril publicou o “Programa de exames de preparatórios” – ou exames parcelados – para 1888. Tais exames eram exigidos para a matrícula nos cursos superiores – que formariam os futuros advogados, médicos e engenheiros – desde a criação dos cursos jurídicos no Brasil, em 1827. Os candidatos deveriam prestar exames de Língua Francesa, Gramática Latina, Retórica, Filosofia e Geometria. Esse sistema perdurou por cerca de cem anos atravessando o Império e as primeiras décadas da República.

Nos primeiros parágrafos do prefácio de sua obra, Clairaut já manifestava sua posição contrária à introdução dos estudos geométricos com base nos Elementos de Euclides, os quais, ele acreditava, seriam os principais responsáveis pelas dificuldades encontradas pelos estudantes:

Ainda que a geometria seja uma sciencia abstracta, devemos confessar que as difficuldades experimentadas pelos que começam a aprende-la , procedem as mais das vezes da maneira por que é ensinada nos elementos ordinarios. Logo no começo apresentam ao leitor um grande número de definições, de postulados, de axiomas e principios preliminares, que só lhe parecem anunciar um estudo arido. As proposições que em seguida vêm, não fixando o espirito sobre objectos mais interessantes, e sendo além disso difficeis de conceber, acontece commummente que os principiantes se fatigam, se aborrecem, antes de terem uma idéa clara do que se lhes queria ensinar. (Clairaut, p.ix)

Ainda no prefácio encontramos que:

²⁷ Há uma dedicatória de José Feliciano na tradução brasileira do livro de Clairaut à memória do Dr. Benjamin Constant, o patriarca da República brasileira.

Não nos surpreende que Euclides se dê ao trabalho de demonstrar que dois círculos secantes não têm o mesmo centro, e que um triângulo encerrado em outro tem a soma de seus lados menor que a soma dos lados do triângulo exterior. Este geometra tinha de convencer sophistas obstinados, que se gloriavam de recusar as verdades mais evidentes; e então era preciso que a geometria tivesse, como a lógica, o auxílio de raciocínios em forma para tapar a boca á chicana. As cousas, porém, mudaram de face. Todo raciocínio que recae sobre o que o só bom senso de antemão decide, é hoje em pura perda: só serve para obscurecer a verdade e enfadar os leitores. (Clairaut, p.xii)

A estrutura do livro e a Geometria:

O livro é constituído por parágrafos numerados com algarismos romanos e é dividido em quatro partes:

- primeira parte: Dos meios que mais naturalmente se empregaram para medir os terrenos
- segunda parte: Do método geométrico para comparar as figuras retilíneas
- terceira parte: Da medida das figuras circulares e de suas propriedades
- quarta parte: Da maneira de medir os volumes e suas superfícies

Na primeira parte, o autor desenvolve os conceitos de comprimento e distâncias, retas perpendiculares e paralelas, figuras geométricas, áreas, ângulos e figuras semelhantes.

Na segunda parte, o autor retoma os conceitos vistos fazendo operações com régua e compasso para reunir ou decompor figuras semelhantes em outras da mesma espécie. Aqui, além dos conceitos já vistos na primeira parte, são desenvolvidos razão e proporção, regra de três e o Teorema de Pitágoras.

A terceira parte é dedicada às figuras limitadas por linhas curvas e às figuras mistas, isto é, as que são limitadas por segmentos de retas e linhas curvas. São desenvolvidos os conceitos de círculo e arcos de círculo, áreas, comprimento da circunferência, coroa e setor circular, polígonos inscritos a uma circunferência, ângulo inscrito e ângulo central, reta tangente a um círculo, arco capaz e média proporcional.

Finalmente, na última parte do livro, Clairaut trata dos sólidos geométricos. Desenvolve os conceitos e propriedades dos paralelepípedos, prismas, pirâmides, cilindros, cones e esferas, seus volumes e áreas das superfícies. Trata também da semelhança dos sólidos.

O livro não possui exercícios resolvidos nem propostos e os exemplos práticos são escassos. Também não apresenta nenhuma fórmula, todos os resultados são dados em linguagem natural apoiados em figuras. As demonstrações de proposições que o autor considera serem necessárias, são feitas em linguagem pouco formal, acessível e clara.

A Geometria, a Aritmética e a Álgebra

Na época dos exames parcelados observa-se o reforço do caráter independente dos ramos da Matemática – Aritmética, Álgebra e Geometria/Trigonometria.

Percebemos claramente essa separação ao analisar o livro de Clairaut. Não há, a menos de raras exceções²⁸, tratamento aritmético, dos resultados. E, quando há necessidade de cálculos algébricos, o autor

²⁸ Podemos citar, na primeira parte do livro, quando o autor explica o conceito de área do retângulo. Há um exemplo aritmético do cálculo da área do retângulo de dimensões 7 e 8 metros.

explica que não será possível desenvolver determinado conceito, deixando-o para um outro livro. Isso fica bastante claro, por exemplo na primeira parte do livro, no parágrafo referente aos polígonos regulares:

Ao processo geométrico para descrever o triângulo equilátero e o quadrado, poderíamos acrescentar a maneira de traçar geometricamente um pentágono, como fizeram muitos autores nos elementos que nos deram. Mas os principiantes, a quem destinamos este trabalho, com dificuldade perceberiam o caminho que naturalmente seguiu o espírito, procurando o meio de traçar esta figura. Esse caminho é a álgebra que nos ensina a descobrir. Por isso nos julgamos obrigados a remeter a descrição do pentágono para o tratado seguinte, no qual juntaremos esta descrição á de todos os outros polygonos que tiverem maior numero de lados, polygonos esses que não poderiam ser geometricamente descritos sem o auxilio da álgebra. (p. 20-21)

O tratado a que Clairaut se refere, é um livro de Álgebra de sua autoria. Conforme nos esclarece o tradutor da obra, tal livro foi publicado em 1746, portanto cinco anos após a publicação do de Geometria. No entanto, ainda segundo o tradutor, Clairaut não tratou da questão nesse livro de Álgebra; reservou o esclarecimento necessário para uma obra de Geometria Analítica.

Desenvolvimento do conteúdo

A respeito da maneira pela qual os conteúdos são desenvolvidos no livro, o autor esclarece que:

(...) propuz-me remontar ao que podia ser a fonte da geometria. Tratei de lhe desenvolver os principios por um methodo tão natural que parecesse o empregado pelos inventores, fugindo entretanto todas as falsas tentativas que elles necessariamente fizeram.

(...) A fim de seguir nesta obra um caminho semelhante ao dos inventores, faço os principiantes descobrir, antes de tudo, as verdades de que pode depender a simples medida dos terrenos e das distancias accessíveis ou inaccessíveis, etc. Passo dahi a outras investigações, de tal modo analogas ás primeiras, que a natural curiosidade leva todos os homens a nellas se deterem. Justificando depois esta curiosidade por algumas applicações uteis, chego a ensinar tudo o que de mais interessante apresenta a geometria elementar.

(...) Em alguns passos destes elementos, talvez me censurem por me reportar demasiado ao testemunho dos olhos, e por me não cingir bastante á exactidão rigorosa das demonstrações. (Clairaut, p.x - xii)

O autor partiu das medidas dos terrenos para introduzir as proposições da Geometria, pois, de acordo com suas palavras, é efetivamente daí que provém essa ciência, pois que Geometria, etimologicamente, significa medida de terreno.

A partir dessas declarações fica claro que Clairaut estava preocupado em romper com a Geometria tradicional apresentada até então e propor um caminho que pudesse ao mesmo tempo motivar e auxiliar na construção do conhecimento geométrico.

Nesse livro, os conteúdos são desenvolvidos na sua maioria intuitivamente, por meio da percepção. Muitas definições, propriedades e proposições são colocadas a partir de observações evidentes sobre determinadas situações problematizadoras, mas também alguns teoremas são omitidos. Nas suas palavras:

(...) só trato pela rama as proposições cuja verdade se patenteia, por pouco que nellas attentemos. Assim procedo sobretudo no começo, em que mais vezes se encontram proposições desse genero. E isto faço por haver notado que os predispostos ao estudo da geometria gostavam

de exercitar um pouco seu espirito, ao passo que se desalentavam quando eram atochados de demonstrações, por assim dizer, inúteis. (Clairaut, p. xii)

A título de exemplo, vamos citar o parágrafo XI da primeira parte do livro onde o autor introduz o conceito de retas paralelas:

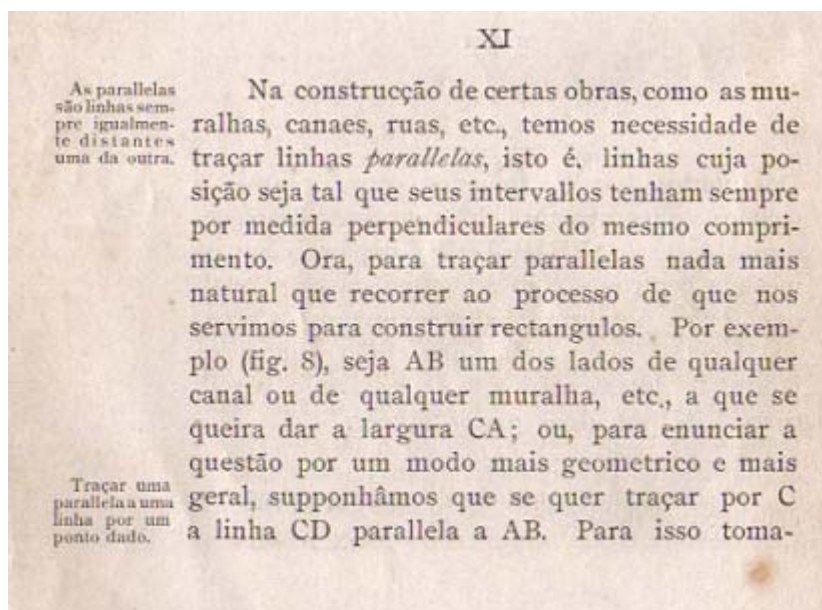


Figura 8: Final da p. 8 e início da p. 9 do livro de Clairaut

Nesse exemplo, constatamos o uso da percepção para desenvolver a idéia de retas paralelas, indicando inclusive a construção geométrica, estabelecendo uma representação para tais retas. Dessa maneira, a partir da análise de situações reais – muralhas, canais, ruas etc – o autor chegou à construção do conceito – concepção.

Em alguns tópicos o autor propõe a construção de materiais que possam ser manipulados. Como exemplo, podemos citar o parágrafo VII da quarta parte do livro, onde, com o objetivo de chegar ao volume dos prismas, o autor define uma reta perpendicular a um plano dado e, para fazer o leitor compreender de uma maneira intuitiva que se uma reta é perpendicular a um plano, então ela é perpendicular a todas as retas que passam pelo seu pé e estão contidas no plano dado, propõe a seguinte atividade:

Com papelão, ou qualquer materia lisa e

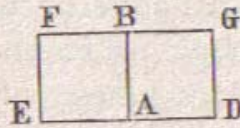


Fig. 107

flexível, faremos um rectangulo FGDE (fig. 107), dividido em duas partes iguaes pela recta

AB, perpendicular aos lados ED, FG. Depois dobraremos este rectangulo por forma que o vinco esteja ao longo da linha AB (fig. 108), e assim dobrado collocar-o-emos sobre o plano

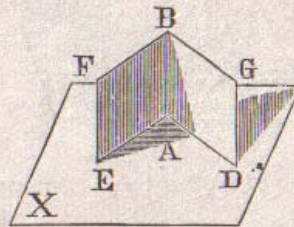


Fig. 108

X. Seja qual for a abertura dada ás duas partes GBAD, FBAE, do rectangulo dobrado EADGBF, é evidente que essas duas partes estarão sempre applicadas sobre o plano X, sem que a linha AB mude de posição relativamente ao plano. A recta AB será, pois, perpendicular a todas as linhas que partirem de seu pé e estiverem no plano X, porquanto os lados AD, AE do rectangulo dobrado applicar-se-ão successivamente sobre cada uma dessas linhas, em virtude do movimento que acabamos de descrever.

Figura 9: Final da p. 118 e início da p. 119 do livro de Clairaut

Podemos citar também os parágrafos I, II e III da terceira parte do livro, onde é proposto o uso de material concreto para se chegar ao perímetro de uma circunferência e conseqüentemente poder medir a área de um círculo:

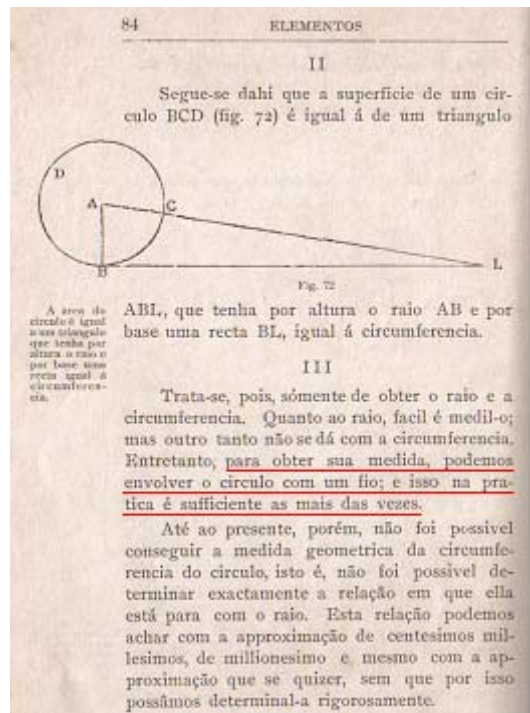
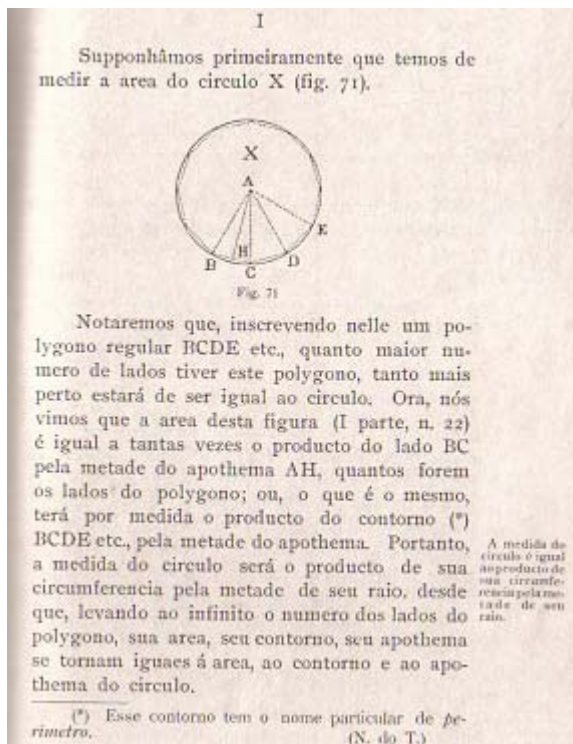


Figura 10: Final da p. 83 e início da p. 84 do livro de Clairaut, grifo nosso

Quanto à representação, com exceção da quarta parte da obra que é dedicada aos volumes e às superfícies das figuras geométricas espaciais, o autor propõe o tempo todo o uso da régua e do compasso na resolução dos problemas geométricos, demonstrando as construções efetuadas sempre que achar necessário.

Neste livro, há trânsito entre a percepção, a construção, a representação e a concepção.

Ao se referir ao livro de Clairaut, Miorim (1998) esclarece que:

Clairaut preocupou-se mais com a “eficiência psicológica” do que com o “rigor lógico” e foi essa preocupação que levou a sua obra a ser encarada como a primeira tentativa efetiva de constituição de uma pedagogia psicológica da Matemática, tornando-a uma referência obrigatória para todas as futuras propostas de reformulação.

Considerações Finais

No contexto do referencial teórico estabelecido, é possível reconhecer, ao examinar o livro de Clairaut, que, apesar de alguns “problemas”, como o fato de apresentar pouquíssimos exemplos e não oferecer exercícios resolvidos nem propostos, a obra aborda a Geometria de forma enriquecedora, articulando percepção, construção representação e concepção. E, para isso, usa uma linguagem acessível e clara.

Esse livro, segundo a proposta formulada pelo autor, mostra que é possível estudar Geometria de uma forma que não privilegia o padrão axiomático-dedutivo que sempre assustou os alunos em todas as épocas.

Clairaut preocupou-se em mudar a tradicional apresentação euclidiana da Geometria, utilizando métodos que pudessem despertar o interesse dos alunos e auxiliá-los na compreensão da Geometria. No entanto, a ênfase euclidiana permaneceu por muito tempo sendo a base do ensino, pois a proposta de

Clairaut encontrou resistências especialmente por parte dos defensores do tipo de educação que caracterizou o ensino brasileiro desde a sua origem (MIORIM, 1998).

Na época que está sendo considerada, as referências oficiais para a preparação aos exames parcelados, eram os livros adotados pelo Colégio Pedro II²⁹. Esse estabelecimento, após a República, a partir da chamada Reforma “Epitácio Pessoa”, de 1901, foi a referência do ensino secundário nas escolas estaduais, municipais e particulares brasileiras. O Colégio Pedro II foi fundado na tentativa de instituir um curso secundário estruturado nos moldes franceses, cuja intenção era a de formar o homem culto, existindo estabelecimentos de ensino que garantissem uma cultura clássico-litáraria para aqueles que buscavam o ensino superior (VALENTE, 2004a).

Àquele tempo, os programas de ensino do Colégio Pedro II, indicavam, como modelo, os livros FIC – Elementos de Geometria. Os FIC – coleção de livros elaborados pelas escolas da congregação dos *Frères de L’Instruction Chrétienne* – foram traduzidos no final do século XIX pelo professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, diretor e professor de Matemática do Colégio Pedro II.

Os FIC seguiam o estilo euclidiano e foram adotados pelo Colégio Pedro II desde 1895 e permaneceram como modelo para os programas de ensino, pelo menos até 1930 (VALENTE, 2004b).

Segundo Silva (2000), o livro de Clairaut não teve muita repercussão. Entretanto, é impossível negar a sua importância, na medida em que influenciou futuras propostas de reformulação do ensino da Geometria como, por exemplo, os autores Olavo Freire e Francisco Cabrita, que procuraram modificar a abordagem da Geometria rompendo com o estilo euclidiano.

Bibliografia

- BARUFI, M.C.B. *A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*. São Paulo, FE/USP, 1999. Tese de doutorado.
- CHANG TUNG-SUN. A teoria do conhecimento de um filósofo chinês. In: CAMPOS, H. (org.). *Ideograma: lógica, poesia, linguagem*. São Paulo: EDUSP, 2000.
- CLAIRAUT, A. C. *Elementos de Geometria*. Tradução de José Feliciano. 2.ed. São Paulo: Typ. Augusto Siqueira & C., 1909.
- DESCARTES, R. *Discurso do Método: para bem conduzir a própria razão e procurar a verdade nas ciências*. São Paulo: Paulus, 2002.
- KALEFF, A.M.M.R. *Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos*. A educação Matemática em Revista, São Paulo, 2, 19-25, 1994.
- MACHADO, N.J. *Matemática e língua materna (Análise de uma impregnação mútua)*. São Paulo: Cortez, 1990.
- MACHADO, N.J. *Epistemologia e Didática. As concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente*. São Paulo: Cortez, 2002.
- MIORIM, M.A. *Introdução à história da Educação Matemática*. São Paulo: Atual, 1998.
- PAVANELLO, R.M. *O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica*. São Paulo, FE/UNICAMP, 1989. Dissertação de mestrado.

²⁹ Em 2 de dezembro de 1837, o Seminário de São Joaquim, antigo Seminário dos Órfãos de São Pedro, foi transformado pelo ministro do Império, Bernardo Pereira de Vasconcelos, em estabelecimento de instrução secundária com o nome de Colégio Pedro II. Primeiramente, tinha um regime de externato e, a partir de 1856, o duplo regime de internato e externato. (VALENTE, W. *O nascimento da matemática do ginásio*, p. 23)

PIRES, C.M.C. *Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede*. São Paulo: FTD, 2000

SÃO PAULO (Estado) Secretaria de Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. *Proposta Curricular para o ensino de Matemática, 1º grau*. 3.ed. São Paulo: SE/CENP, 1988.

SILVA, C.M.S. O livro didático de Matemática no Brasil no século XIX. In: FOSSA, J.A. (org.). *Facetas do diamante: Ensaio sobre educação matemática e história da matemática*. Rio Claro: Editora da SBHMat, 2000.

VALENTE, W.R. *O Nascimento da Matemática do Ginásio*. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2004a.

VALENTE, W.R. *Euclides Roxo e a modernização do ensino da matemática no Brasil*. Brasília: Universidade de Brasília, 2004b.

JOÃO, MARIA E MATEMÁTICA

O USO DA HISTÓRIA VIRTUAL PARA O ENSINO DA CONTAGEM POR CORRESPONDÊNCIA UM A UM

Luiza Maria Faeda³⁰

Rodrigo Humberto Flauzino³¹

Resumo: Este trabalho tem por objetivo relatar uma experiência de estágio direcionado ao ensino de Matemática para uma 1ª série do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Ribeirão Preto. Tal estágio foi realizado no âmbito do curso de Pedagogia da USP/RP³². O conteúdo abordado foi a Contagem por Correspondência um a um, que coloca a criança frente ao controle e movimento das quantidades. Baseados na concepção de que a Matemática é uma construção histórica humana, durante as intervenções, os alunos estagiários utilizaram como recursos metodológicos a HISTÓRIA VIRTUAL (Oficina Pedagógica de Matemática – FEUSP) baseada no Clássico Infantil João e Maria, dos Irmãos Grimm. Além de maquetes, bonecos e jogos variados para a exploração do tema, preservando, assim, o caráter lúdico e ao mesmo tempo intencional da situação de ensino. Os resultados obtidos durante o estágio demonstram as interações dos alunos com o conteúdo trabalhado, a relação com o saber e o movimento de aprendizagem tanto dos estagiários como também da professora do Ensino Fundamental com essa perspectiva diferenciada de lidar com o conhecimento matemático.

Introdução: A Matemática como Problema

Há tempos, a matemática vem sendo encarada como um "verdadeiro problema", tanto para os professores que a ensinam, como para os alunos que procuram aprender. Em geral, essa linguagem acaba ficando à margem do ensino nas mais diferentes propostas pedagógicas desenvolvidas em Pré-escolas e nas duas primeiras séries do Ensino Fundamental.

Grosso modo, as escolas privilegiam a aquisição e desenvolvimento da linguagem escrita em detrimento da linguagem matemática. Na nossa cultura, por exemplo, ainda é comum escutarmos pais e professores darem maior destaque para aquela criança que já conseguiu aprender a ler e a escrever que aquela que possui um raciocínio-lógico bastante elaborado. "*Quando será que meu filho vai começar a ler?*" ou "*Nossa, ela já está escrevendo de tudo!*" são conversas rotineiras nas instituições de ensino.

Mais comum ainda é vermos, de um lado, professores dizendo que não sabem como lidar com o ensino de matemática, pois, na infância, raramente atribuíram sentido prático àquilo que aprenderam nas escolas. Além disso, a maior parte dos professores que trabalham com as séries iniciais é polivalente, ou seja, lecionam diversas disciplinas sem, no entanto, se especializarem em nenhuma destas.

A formação desse profissional no que diz respeito ao ensino da matemática ainda é pouco eficaz, ficando aquém das expectativas sociais que estão presentes na escola e fora dela. Para Moura (2001, p. 74)³³ "a visão de que o ensino de matemática requer contribuições de outras áreas de conhecimento e de

³⁰ Aluna do Curso de Pedagogia da FFCLRP – USP. e-mail: luizafaeda@bol.com.br.

³¹ Aluno do Curso de Pedagogia da FFCLRP – USP. e-mail: flauzinocomz@ig.com.br.

³² Estágio de Campo proposto pela Profa. Dra. Elaine Araújo Sampaio, responsável pelas disciplinas: Atividades Práticas IV e Metodologia do Ensino de Matemática.

³³ MOURA, M. O. A série busca no jogo: do lúdico na Matemática. In: KISHIMOTO, Tizuko M. (org.). **Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

que o fenômeno educativo é multifacetado é, para o professor de matemática, algo recente e ainda, infelizmente, pouco difundido e aceito".

De outro lado, estão as crianças em idade pré-escolar e escolar, cuja atividade principal transita entre a brincadeira e o estudo, mas que se vêem diante de situações desestimulantes, pouco significativas ou vazias em conteúdos, pois, muitas vezes, constituem-se em exercícios de treino e de fixação que pouco contribuem para a apreensão do conceito numeral abstrato e, por conseguinte, do nosso complexo sistema decimal.

Por não ser compreendida como uma construção humana, é que a matemática ainda mantém o estigma de "algo difícil e somente acessível aos intelectuais". É preciso ter em mente que essa linguagem é parte integrante de um processo, no qual os conhecimentos foram construídos e organizados pelos homens ao longo de sua história.

A matemática como construção humana

Desde a antiguidade, a espécie humana teve de satisfazer suas necessidades básicas como se alimentar ou manter-se aquecida e protegida dos outros animais.

Para saciar sua fome, para ter seu objeto de desejo conquistado (por exemplo, a caça), manter controle sobre a quantidade de seu rebanho, o homem pré-histórico passou, gradativamente e às custas de muitas tentativas, a planejar suas ações, a desenvolver instrumentos que lhe ajudassem nessa empreitada, a buscar superar sua inferioridade física em relação aos outros animais com a elaboração de diferentes estratégias.

Ao longo das gerações, ele foi aprimorando cada vez mais suas ações e, com o desenvolvimento de sua linguagem, passou a transmitir de maneira mais precisa e eficaz os conhecimentos até então aprendidos.

Foi para compreender, para melhor interferir na sua realidade e para satisfazer suas necessidades que o homem criou tantos instrumentos, entre eles, a matemática. Com bem dizem Moura & Moura (1992)³⁴: "a necessidade é o motor do desenvolvimento das capacidades humanas".

Moura & Moura (1992, p. 6)³⁵, também expressam que o conhecimento matemático deve ser entendido como algo "feito e se fazendo". Como algo que promove desenvolvimento e faz com que se produzam conhecimentos entre professores e alunos.

Acreditando na concepção de matemática como uma construção humana e não mais como um problema é que elaboramos trabalho. Acreditamos que ele contribuiu tanto em nossa formação, como também no entendimento significativo das professoras e alunos com os quais lidamos na compreensão dessa perspectiva em relação ao conhecimento matemático.

O conteúdo abordado

"Tudo começou com este artifício conhecido como correspondência um a um, que confere, mesmo aos espíritos mais desprovidos, a possibilidade de comparar com facilidade duas coleções de seres ou de objetos, da mesma natureza ou não, sem ter que recorrer à contagem abstrata".

Georges Ifrah (2001, p. 25)³⁶

³⁴ MOURA, M. O., MOURA, A. R. L. de. Matemática para a Educação Infantil. In: DIADEMA/SECEL. **Escola: um espaço cultural. Matemática na Educação Infantil: Conhecer, (re) criar – Um modo de lidar com as dimensões do mundo.** Diadema/ SECEL, 1992.

³⁵ *Ibid.*, p. 6.

O conteúdo abordado foi a contagem por correspondência um a um.

De acordo com Moura (1996b, p. 23)³⁷, "são situações que criam a necessidade de controlar, movimentar, comparar e marcar quantidades, sem precisar utilizar o numeral". Isso faz com que a criança opere com conceitos básicos na construção do número. Por meio da contagem um a um lida-se, principalmente, com o aspecto cardinal do número, possibilitando a conquista da conservação de quantidade.

Tal conteúdo envolve a percepção e construção de um conjunto que conta em relação a um conjunto que é contado. Consiste também na equiparação de uma coleção em relação à outra, sendo que cada elemento de uma corresponde a um elemento da outra e vice-versa.

Como esse conteúdo está inserido na construção do signo numérico

Quando pensamos na matemática como uma construção humana, entendemos que em determinado momento de sua existência esse mesmo homem, pela primeira vez, teve de enfrentar o desafio de controlar quantidades.

Assim, à custa de diversas tentativas, lançou mão de objetos que pudesse facilmente carregar consigo (gravetos, pequenas pedras, nós em cordas, entalhes em madeira), usando-os para contar outros objetos, animais ou coleções maiores. Além também de utilizá-los para registrar e comunicar os ciclos naturais tais como: as fases da lua, os períodos adequados para plantio e colheita dos alimentos, etc.

Dessa forma, o homem passou a elaborar estratégias das quais ele tinha o perfeito domínio da variação de quantidades utilizando objetos e marcas, fazendo-os corresponder um a um aos elementos cuja quantidade era preciso controlar. Tais objetos ou marcas, por se tratarem de referências concretas ao número são chamadas de numeral objeto. Moura (1996b, p. 24) nos mostra um exemplo disso, dizendo: "para uma quantidade de ovelhas a ser controlada temos um numeral objeto, o total de pedras que se refere a esta quantidade".

Foi assim que, mesmo sem ter construído a abstrata idéia do número, o homem tinha o controle preciso da variação das quantidades com as quais precisava lidar no seu cotidiano.

Dito isso, apontamos que o domínio da estratégia de contagem por correspondência um a um está inserido na construção e compreensão do signo numérico pelo fato de que, como bem expressa Moura (1996b, p. 24): "essa noção passou inicialmente pela comparação com outras quantidades, e isto possibilita à criança incluir uma quantidade menor numa maior e ordenar quantidades".

Vale ressaltar ainda que, segundo Ifrah (2001, p. 27), esse artifício - a correspondência um a um - não oferece apenas uma maneira de estabelecer uma comparação entre dois grupos, mas sim "permite também abarcar vários números sem contar nem mesmo nomear ou conhecer as quantidades envolvidas".

Como podemos perceber, a aquisição da contagem por correspondência um a um faz parte de um processo que ajuda a criança a compreender, gradativamente, como funciona o sistema numérico adotado por nós.

³⁶ IFRAH, Georges. **Os números: a história de uma grande invenção**. 10. ed. São Paulo: Globo, 2001.

³⁷ MOURA, M. O. (coord.). **Controle de variação de quantidades. Atividades de Ensino**. Textos para o Ensino de Ciências nº 7. Oficina Pedagógica de Matemática. São Paulo, Usp, 1996b.

Relevância desse conteúdo para o ensino fundamental

"O conhecimento matemático não é construído nas relações espontâneas da criança com seu meio, nem na transmissão pela aula expositiva e nem através de trabalhos individuais ou pela repetição mecânica de exercícios. Na verdade, o conhecimento matemático é construído pela criança no 'ato de fazer' por si mesma e na interpretação com os outros".

Oriosvaldo Moura (1996b, p.12).

Mesmo antes de entrar na escola, a criança já possui um conhecimento prévio com relação ao número. Tal conhecimento é fruto das experiências que ela teve em seu meio social de convívio.

Porém, apesar de a criança estar em contato com os números (afinal, estes já estão culturalmente construídos) e dominar a sua escrita, isto não significa que ela domine seus elementos de construção e nem mesmo que tenha a compreensão matemática do número. É por isso que consideramos o ensino da correspondência um a um de grande importância.

Desde a pré-escola, a maioria dos professores inicia a apresentação dos números sem introduzir sua relevância cultural e seu papel histórico e atual, deixando a desejar no sentido de formular meios para que estes signos sejam compreendidos com eficácia.

Atividades como: riscar o dia no calendário, separar brinquedos, brincar com blocos lógicos, não são suficientes para que a criança entenda o nosso elaborado sistema de numeração. Entretanto, muitas vezes, é isso que os professores sabem fazer e por isso acreditam que seja o certo.

Segundo Moura & Moura, a matemática deve ser entendida como um sistema e como tal:

"(...) requer que se coloque aquele que busca aprendê-lo numa perspectiva de quem vai aprender um método de fazer o conhecimento matemático e que, para tanto, tem necessidade de adquirir certos saberes básicos que lhe permitirão o acesso a outros cada vez mais sofisticados e poderosos, para lhe possibilitar a resolução de problemas também cada vez mais complexos". (Moura & Moura, 1992, p. 8).

Assim, consideramos o conteúdo abordado como o primeiro passo rumo à contextualização de um ensino de matemática eficiente, pois, foi esta a primeira forma de controle de quantidades, ou ainda, o "primeiro procedimento aritmético" (Ibrah, 2001, p. 25) realizado pelo homem.

Além disso, acreditamos que a forma como organizaremos as atividades de ensino que pretendemos utilizar vão ao encontro de uma proposta na qual a "educação matemática deve permitir à criança ter acesso ao conhecimento matemático já produzido (conhecimento feito) e propiciar o desenvolvimento de potencialidades para aprender o modo de resolver problemas (conhecimento se fazendo)" (Moura & Moura, 1992, p. 6).

Pensamos que, dessa forma, contribuiremos para o rompimento com os meios repetitivos e pouco eficazes de e para aprendizagem do conhecimento matemático, uma vez que pretendemos "assumir a introdução à aprendizagem de matemática como uma alfabetização e não como uma iniciação", procurando "compreender, não o conjunto de símbolos, mas o sistema do qual ela faz parte e o modo como se articula". (Moura & Moura, 1992, p. 10).

Através desta constatação, acreditamos na necessidade de se alfabetizar em matemática, dando significância para a aquisição dos conteúdos.

Como o trabalho foi organizado

O trabalho desenvolvido na 1ª série repousou sobre o desenvolvimento de atividades orientadoras de ensino, que pressupõe uma intencionalidade clara do professor.

As atividades orientadoras de ensino³⁸ estão baseadas no conceito de atividade de Leontiev:

"Leontiev chama de atividade principal aquela em cuja forma surgem outros tipos de processos e dentro da qual elas são diferenciadas; a atividade na qual processos psíquicos particulares tomam forma, ou são reorganizados, e, finalmente, aquela da qual dependem, de forma íntima, as principais mudanças psicológicas na personalidade infantil" (Moura, 1996a, p. 37).

A atividade é aquela em que o motivo coincide com o objeto, possibilita complexa relação homem-mundo e envolve finalidades conscientes de atuação coletiva e cooperativa. Foi este tipo de atividade que procuramos suscitar com nossas intervenções de estágio. E os meios para que elas se concretizassem foram:

A **história virtual** que, segundo Moura (1996b), diz respeito a um personagem (de lendas, contos infantis ou da própria história da matemática) que se encontra em uma situação-problema semelhante àquela que o homem enfrentou quando sentiu a necessidade de controlar quantidades.

Possui elementos culturais e enredo que estimulam a fantasia e o lado lúdico da criança, respeitando a faixa etária com que estamos lidando e fazendo com que a mesma entre no jogo empenhando-se para resolver a situação-problema.

Esta é uma forma de motivação porque incita a necessidade de resolução e envolve todos na busca e apresentação de soluções. O problema deve estar claro tanto para o professor e, principalmente, para o aluno, a fim de que haja intencionalidade educativa não se perca durante o processo.

O **jogo**, que não se resume apenas ao jogo em si, mas sim ao "ato de jogar". Ele está presente também na história virtual do conceito na busca da solução do problema e pode ser utilizado como objetivo de integrar a atividade da criança na aquisição de um conteúdo.

E as **atividades de registro**. Nestas, é necessário que se registre a solução encontrada, procurando retratar aquela que melhor sistematiza a solução encontrada pelo grupo de alunos. Os registros devem ser uma representação da contagem por correspondência um a um, devendo ser também um recurso que possa ser reconhecidos, compreendidos e utilizados por todos os alunos sem dificuldade.

Podemos assim dizer que a fundamentação de nosso trabalho de intervenção foi pautada em três fontes norteadoras: a teoria metodológica de matemática, a teoria conceitual e as discussões empreendidas nas disciplinas Atividades Práticas e Metodologia do Ensino de Matemática (curso de Pedagogia - USP-RP).

Caracterizamos estas três fontes como pertencentes aos pressupostos do materialismo histórico dialético, à medida que considera o homem, o processo histórico de construção do conhecimento, a relação destes com a transformação da natureza e as influências que ambos (homem/natureza) exercem um sobre o outro.

³⁸ Conforme Moura (1996b, p. 32), a atividade orientadora de ensino é aquela que "respeita os diferentes níveis dos indivíduos e que define um objetivo de formação como problema coletivo (...). Ela ainda orienta o conjunto de ações em sala de aula a partir de objetivos, conteúdos e estratégias de ensino negociado e definido por um projeto pedagógico".

Consideramos que estas propostas também estão permeadas pelas contribuições da psicologia soviética no tocante ao que nos referimos sobre Leontiev e presença, não citada, mas pertencente à proposta de Vygotsky.

Propostas de desenvolvimento de matemática – História Virtual

No clássico dos irmãos Grimm, João e Maria acabam prisioneiros de uma bruxa que não enxerga muito bem, mas que adora comer criancinhas e por isso as atrai com sua casinha repleta de doces.

Durante o período de confinamento na casa, João é mantido prisioneiro em uma jaula, enquanto Maria tem que cumprir as mais variadas tarefas. Entre tantos afazeres domésticos, a menina tem que realizar duas tarefas que as colocam numa situação problema semelhante a que o homem enfrentou na antiguidade: controlar quantidades.

Maria tem que levar as galinhas da bruxa para ciscar pelo quintal. Detalhe: ela não pode deixar que nenhuma ave se perca, caso contrário os dois irmãos acabam apanhando muito da mulher malvada!

Por não saber contar, Maria vê-se diante de um problema: **como saber que todas as galinhas que foram levadas para ciscar pela manhã estarão de volta (e em número exato) no final da tarde.** Foi essa situação que alunos da 1ª série A tiveram de ajudar Maria resolver.

Materiais:

A fim de que as crianças melhor visualizem e, ao mesmo tempo, adentrassem no universo da história virtual apresentada, sentindo-se motivadas para solucionar o problema apresentado, usamos como recursos materiais:

- Livro gigante do Clássico João e Maria;
- Maquete com bonecos;
- Jogos.

Jogo de percurso: a aventura de João e Maria

Objetivos:

De acordo com Moura (1996b), o jogo de percurso tem como objetivo principal o controle de quantidades por correspondência um a um, estabelecida entre as quantidades sorteadas no dado e as casas a serem percorridas pelo peão. Lembramos que o conteúdo não está no jogo, mas no ato intencional de jogar!

O jogo é temático, pois ilustra as várias situações pelas quais os irmãos João e Maria enfrentaram na história como, por exemplo: "João foi esperto e trouxe consigo pedras para espalhar pelo caminho. Jogue o dado novamente", ou ainda, "Que azar! A dona da casa era uma verdadeira bruxa. Volte 4 casas!"

No caso do nosso jogo, procuramos trabalhar também as noções de ordem e seqüência, por meio de:

- Seqüência do avanço em direção ao final do percurso;
- Recuos e avanços frente a obstáculos;

- Seqüência numérica do tabuleiro, uma vez que este era numerado.

Conteúdos:

- Correspondência um a um;
- Sucessão numérica;
- Adição;
- Subtração.

Material:

- Tabuleiro ilustrado com os personagens e objetos da história "João e Maria" e com casas numeradas de 1 a 63;
- Peões e dado.

Registros Gráficos:

- Registro da solução encontrada pelas crianças para resolver o problema de Maria (controlar a quantidade de galinhas que entra e sai do galinheiro);

Avaliação da experiência

Para avaliar a nossa intervenção de estágio, usamos como critérios os seguintes aspectos:

- As relações/interações criança-criança como conteúdo abordado;
- O papel dos estagiários na atividade.

É preciso dizer que optamos por avaliar a atividade desenvolvida na história virtual de João e Maria, cujo conteúdo matemático abordado foi a contagem por correspondência um a um.

Do ponto de vista do envolvimento dos alunos, a proposta de trabalho com histórias infantis pode ser considerada uma forte estratégia para a introdução de algum tema ou conteúdo que o professor deseja ensinar. As crianças se envolvem muito com a história, ficam atentas para saber o que vai acontecer e mesmo quando já sabem o final do enredo, parecem nunca se cansar de ouvi-lo.

Para Moura (1996), "os elementos culturais evocados na história e o enredo estimulam a fantasia e o lado lúdico da criança, fazendo com que ela naturalmente entre no jogo, empenhando-se para resolver o problema da personagem".

Vimos que durante nossa intervenção isso realmente aconteceu. Quando colocados diante da situação-problema que Maria tinha que resolver, os alunos buscaram dar soluções e explicações sobre como a personagem deveria agir.

Alguns, porém, ficaram presos à continuidade do enredo da história. Muitas vezes, essas crianças perguntavam: "Mas, onde está o João?", "E a bruxa?".

Direcionados novamente para o problema proposto pela personagem da história, os alunos manifestavam-se de diferentes formas. Diziam para Maria ficar olhando as galinhas para elas não se perderem, para colocá-las dentro da casa da bruxa, para deixá-las ali mesmo no galinheiro até que mencionaram a utilização das pedras.

As conversas que surgiam entre as crianças demonstravam sua curiosidade e vontade em ajudar Maria. Durante toda a intervenção, eles mantiveram certa ordem, ou seja, não se dispersaram para outros locais da sala, respeitaram as falas dos colegas e, em sua maioria, participaram da atividade emitindo alguma opinião. O clima mantido entre eles foi de bastante respeito.

Sobre as interações entre criança-criança, podemos refletir partindo dos estudos de Oliveira (2002, p. 210)³⁹ que:

A proposta de favorecer as interações sociais com seus pares de idade pode ajudar as crianças a controlar seus impulsos ao participarem no grupo infantil: internalizar regras, adaptando seu comportamento a um sistema de controle e sanções, ser sensível ao ponto de vista do outro e saber cooperar e desenvolver variedade de formas de comunicação para compreender sentimentos e conflitos e alcançar satisfação emocional.

Para nós estagiários, a solução dada pelas crianças (a utilização das pedras) pareceu acontecer com muita rapidez. Porém, elas pareceram não compreender que Maria deveria ter o controle, o domínio das quantidades carregando consigo as pedras (seja nos bolsos ou em saquinhos) e não as deixando espalhadas perto das galinhas.

Apesar das crianças já terem ouvido (pela professora) a história do conceito sobre como o aconteceu esse movimento histórico em relação ao conhecimento matemático, os alunos não conseguiram, ao nosso ver, desvincularem daquilo que já tinham ouvido.

Estamos ressaltando isso porque havíamos espalhados pela maquete materiais mais leves que as pedras, tais como, gravetos e folhas. Portanto, não seria mais fácil que Maria carregasse 10 folhas ao invés de 10 pedras?

Se para nós estagiários a solução apontada pelas crianças foi rápida, para a professora Valéria foi demorada demais. Afinal, ela já tinha trabalhado com o material dourado a questão das unidades e das dezenas e julgava que seus alunos perceberiam que quando tivessem uma coleção de 10 pedrinhas nas mãos, imediatamente, poderiam trocar por um único pauzinho (noção de agrupamento, onde um vale muitos). Isso não aconteceu.

Nossas intervenções eram no sentido de ajudar os alunos a organizarem seus pensamentos, afim de que, após a descoberta da utilização das pedras, eles chegassem a conclusão que seria viável que Maria as levasse consigo para poder mostrar à bruxa (caso esta solicitasse saber o número de galinhas que possuía) ou para controlar, movimentar as aves quando estas retornassem ao galinheiro.

No decorrer da atividade, (des) construímos algumas hipóteses com as crianças. Muitas sugestões surgiram, tais como: "Esconde as pedras na árvore", "Coloca as pedras atrás da casa", "Põe as pedras no ninho" A conclusão que chegamos foi a de que atividade deu resultados positivos, e que o conteúdo correspondência um a um pode ser mais bem explorado tanto pela colocação de quantidades maiores de galinhas a serem controladas, como também a partir de outras situações como os jogos que foram propostos.

Acreditamos que o uso da história virtual do conceito e a utilização de jogos para se trabalhar esse conteúdo ajudam as crianças a perceberem o movimento que a humanidade fez até conseguir desenvolver

³⁹ OLIVEIRA, Zilma R. de. **Educação Infantil: fundamentos e métodos**. São Paulo: Cortez, 2002.

um sistema de contagem, ou seja, a necessidade de criar um conjunto que conta e para controlar um outro conjunto que deve ser contado.

A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA HISTÓRICO-CULTURAL

Elaine Sampaio Araujo (USP- FFCL/RP)

esaraujo@usp.br

Resumo: Esta comunicação oral tem por objetivo apresentar uma proposta de alfabetização matemática fundamentada nos princípios teórico-metodológicos da teoria histórico-cultural. Tal proposta foi desenvolvida no âmbito de um projeto de pesquisa de doutorado envolvendo professores da rede pública do município de São Paulo. Os investimentos na prática pedagógica, nessa área de conhecimento, são escassos, seja pelo despreparo dos professores que, infelizmente, receberam precária formação inicial, seja pelo descaso das políticas públicas que insistem em uma forma equivocada de formação contínua, priorizando cursos pontuais em detrimento de uma formação em serviço, seja, também, pela discreta produção acadêmica sobre o fenômeno educativo da alfabetização matemática. Tais reflexões nos remetem, sobretudo, à prática docente e demonstram o quanto tem sido difícil a ocorrência de mudanças significativas na ação pedagógica, quando se trata de Educação Matemática. A não efetivação dessas mudanças impede, por sua vez, a implementação de propostas curriculares que considerem a negociação de significados; que rompam com a histórica dicotomia entre os objetivos proclamados e os objetivos trabalhados. A proposta que apresentamos pretende contribuir para que o conhecimento matemático seja compreendido como um produto cultural, que possibilita uma alfabetização matemática na qual a aprendizagem das crianças dá-se pela apropriação de um sistema de representação do número e do espaço, considerando a natureza social do processo de elaboração desses signos numéricos e da linguagem geométrica.

*Um dois, feijão com arroz
Três quatro, feijão no prato
Cinco seis, falar inglês
Sete oito, comer biscoito
Nove dez, comer pastéis*

Introdução

Quantas vezes essa parlenda expressa o entendimento de alfabetização em linguagem matemática? Afirmções do tipo: "eu trabalho com cantigas, com a chamada, com o calendário"; "eu trabalho a matemática com jogos"; "na distribuição de material, eu estou dando matemática"; "a matemática está presente em tudo", são respostas comuns diante da interrogação de como é realizado o trabalho com alfabetização matemática. Revelam um modo de ver o conhecimento matemático como inerente ao universo da escola. Será isso verdade? São os próprios professores que apontam a contradição ao manifestarem a insatisfação com o trabalho desenvolvido. Insatisfação que bate à porta em momentos de sistematizar um trabalho nessa área, no momento de avaliar seus alunos, no momento de parar para elaborar uma atividade de ensino com conteúdos matemáticos e que, no limite, se traduz numa questão: o que ensinar?

A reflexão sobre a prática docente tem demonstrado o quanto tem sido difícil a ocorrência de mudanças significativas na ação pedagógica, quando se trata de Educação Matemática.

A não efetivação dessas mudanças impede, por sua vez, a implementação de propostas curriculares que: considerem a negociação de significados; que rompam com a histórica dicotomia entre os objetivos proclamados e os objetivos trabalhados; e que incorporem os elementos considerados essenciais à Educação Matemática, Manoel Oriosvaldo de Moura assim, bem define:

- Incluir a criança no processo de ensino por meio de situações problemas;
- Valorizar os elementos éticos e sócio-culturais da Matemática no ensino;
- Ter presente que o domínio dos conceitos científicos contribuem para o desenvolvimento cognitivo;
- Colocar educador e educando na dinâmica de construção do processo pedagógico ao considerar a história de vida deles (1992, p.14).

A carência de propostas para a formação de professores que enfatizem o processo de construção do conceito de número pela criança, a necessidade de ruptura com um “ensino” de Matemática deslocado do processo cognitivo e cultural da criança, a percepção de uma dimensão ético-política da Matemática, são todas elas questões que têm permeado minha reflexão como educadora e têm apontado para a necessidade de sistematização de situações que favoreçam uma aprendizagem significativa, tanto para o aluno como para o professor.

Nesse sentido, Ubiratan D’Ambrósio expõe sua perspectiva quanto ao futuro da Educação Matemática:

O futuro da Educação Matemática não depende de revisões de conteúdos mas da dinamização da própria Matemática, procurando levar nossa prática à geração de conhecimento. Tampouco depende de uma metodologia “mágica”. Depende essencialmente de o professor assumir sua nova posição, reconhecer que ele é um companheiro de seus estudantes na busca do conhecimento, e que a Matemática é parte integrante desse conhecimento (1993, p.14).

Considerar a urgente necessidade de o professor assumir sua nova posição, reconhecendo que ele é um companheiro de seus estudantes na busca do conhecimento, como sugere D’Ambrósio, implica contextualizar quatro princípios pertinentes ao assunto, num terreno onde há muito ainda o que se resolver.

O primeiro, relaciona-se à mudança de paradigma: de como ensinar para como se aprende. Professor e aluno aparecem então como sujeitos da aprendizagem, o que sugere uma nova concepção de conhecimento como processo que se constrói na vivência escolar, significando isto o estabelecimento de um novo trato em relação ao processo cognoscitivo. O segundo princípio, refere-se à retomada, por parte do professor, da posse do ensino, não como dono da verdade, mas como produtor, ou seja, como aquele que vivência o movimento da passagem de cumpridor de tarefas para a de construtor. O terceiro, intimamente ligado ao quarto princípio, diz respeito à natureza do conhecimento matemático, ou seja, de que Matemática estamos falando? Por fim, o quarto remete-nos à definição de educador em Matemática. De acordo com Moura:

Ser educador em Matemática é entender esse conhecimento como um valor cultural. É conhecer os métodos e as leis gerais da Matemática, suas especificidades; como esse conhecimento contribui para a apreensão da realidade. É, ainda, ver cada homem como produtor de conhecimento, ao interagir com outros homens na busca de soluções tanto de problemas que estas interações suscitam, quanto daqueles outros que a Natureza nos coloca como desafios (1990, p.64).

O conhecimento matemático entendido como uma construção social, como um produto cultural, abre possibilidades para que o aprendiz, seja ele professor seja aluno, se veja como sujeito que se apropria de conhecimentos, que é capaz de teorizar e confrontar suas teorias e estabelecer relações com outros sujeitos e com objetos.

Uma vez estabelecido este pano de fundo, retomemos o alerta de D'Ambrósio para a necessidade de o professor assumir uma nova posição pessoal e profissional, chamando à responsabilidade dos professores frente ao conhecimento matemático. Se recai sobre o professor tal responsabilidade, cabe igualmente perguntar: quais são as condições de trabalho que esse mesmo professor enfrenta no seu dia a dia? Que tipo de formação inicial e continuada foi por ele vivenciada? Que Matemática ele conhece? Que orientação continua recebendo a fim de que assuma esse compromisso? Qual é a realidade da carreira do magistério?

Tais interrogações não se prestam a justificar o porquê “vamos mal” em Matemática, ou porque “vamos mal” em Educação de um modo geral, embora aponte para os velhos, porém não superados problemas de formação de professores e condições de trabalho a que estão submetidos. A literatura em Educação tem lançado várias perguntas dessa natureza. O que há de errado com as propostas de formação de professores? Por qual motivo quase sempre seu alcance é muito limitado? Há que se investir em formação inicial e/ou continuada? Mas de que jeito? O investimento em formação deve ser dirigido ao professor e/ou à escola? Afinal, o que tem sido feito? Como tem sido feito? A organização da escola é determinante? Como solicitar uma nova prática docente? Frente a tantas indagações, algumas respostas podem ser ensaiadas

Há uma voz quase uníssona dos professores clamando por uma proposta de matemática. O jogo, sobretudo nas décadas de oitenta e noventa, veio ao encontro desse apelo. Caiu também na conhecida armadilha do modismo, caracterizada pela emergência com que chega à sala de aula em detrimento de sua efetiva compreensão. A atração pela proposta do jogo vincula-se (porque esse dado continua atual) com a defesa do lúdico, argumento normalmente imbatível na alfabetização matemática, o que não significa que seu entendimento na dimensão do desenvolvimento psíquico da criança tenha sido devidamente explorado. Ainda permanece um senso comum em torno do brincar apoiado na justificativa de ser essa uma atividade de que as crianças gostam, que faz bem, pela qual elas se interessam.

Trabalhar com a alfabetização matemática não se restringe a trabalhar com o jogo. Aliás, há um mal entendido a ser desfeito, o jogo não é um conteúdo matemático, mas, sim, um recurso metodológico para. A esse respeito, Moura nos esclarece:

O jogo na Educação Matemática tem uma intencionalidade; ele deve ser carregado de conteúdo. É um conteúdo que não pode ser apreendido pela criança apenas ao manipular livremente objetos. É preciso jogar. E ao fazê-lo é que se

constrói o conteúdo a que se quer chegar. O conteúdo matemático não deve estar no jogo, mas no ato de jogar (...) O jogo tem um desenvolvimento próprio. Ele não pode ser a matemática travestida de brincadeira. (MOURA, 1990, p. 65)

Frente à demanda dos professores por uma proposta de alfabetização matemática, um projeto nessa área de conhecimento pode apresentar-se como desencadeador e articulador do processo de ensino e aprendizagem, como um meio para gerar e gerir as mudanças necessárias no âmbito escolar. É nisso que tem acreditado a Oficina Pedagógica de Matemática (OPM), da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, ao desenvolver desde os anos oitenta um trabalho em conjunto com professores da rede pública de diferentes municípios de São Paulo.

A proposta da OPM pauta-se na elaboração, reflexão, aplicação e reelaboração de atividades de ensino de matemática na perspectiva do movimento conceitual. Isso implica a consideração da unidade entre a dimensão lógica e histórica da matemática (CARAÇA, 1998). Ou seja, significa, por um lado, romper com o tradicional formalismo lógico vigente, percebido nas propostas de ensino que consideram o conhecimento como feito e acabado, nas quais aprender o conceito pronto significa repeti-lo inúmeras vezes, por meio de exercícios esteréis.

Um exemplo disso dá-se quando o professor entrega aos alunos uma folha (mimeografada ou fotocopiada) e solicita que as crianças estabeleçam correspondência entre a quantidade de florzinhas, patinhos, sorvetes, etc, com o numeral indo-arábico numa tentativa de perceber se a criança "quantifica". Ao realizar tal atividade, o professor despreza todo o movimento histórico presente no estabelecimento da correspondência um a um até chegar aos signos numéricos do sistema de numeração decimal que hoje utilizamos.

Por outro lado, considerar a unidade lógico-histórica no ensino de matemática implica perceber o movimento histórico do conceito não apenas como história da matemática, correndo o risco desta converter-se em um próprio conteúdo matemático. Considerar a dimensão histórica, nesse sentido, significa perceber o processo sócio-cultural do conceito, em uma história na qual homens e mulheres, diante de necessidades objetivas, buscaram e elaboraram soluções. Foi o movimento das quantidades que suscitou entre os homens a necessidade de controlar essa variação. Fato que nos parece tão óbvio, mas que é continuamente desprezado no ensino da idéia basilar da matemática, a correspondência uma a um.

Do ponto de vista da teoria da aprendizagem, a proposta da OPM encontra sua fundamentação teórica na abordagem da psicologia histórico-cultural, que tem em Vygotsky seu mais conhecido expoente. Em termos teórico-metodológicos, isto implica à educação, ao trabalhar com a alfabetização matemática, compreender que a aprendizagem das crianças dá-se pela apropriação de um sistema de representação do número e do espaço, considerando a natureza social do processo de elaboração desses signos numéricos e da linguagem geométrica.

O conhecimento matemático entendido como uma construção social, como um produto cultural, abre possibilidades para que o aprendiz, seja ele professor, seja aluno, veja-se como sujeito que constrói, que é capaz de teorizar e confrontar suas teorias e estabelecer relações com outros sujeitos e com objetos. É com esse entendimento que se apresenta a proposta da OPM para educação de infância, e que nos serve de referência ⁴⁰ para a realização dos projetos pedagógicos de alfabetização matemática.

⁴⁰ Trata-se de uma produção intitulada "Controle da Variação de quantidades". Cf. citação completa nas referências bibliográficas.

Como já assinalado anteriormente, a proposta da OPM defende o movimento conceitual, o que implica uma determinada organização do ensino, articulada por um projeto fundamentado na dinâmica das atividades orientadoras de ensino (MOURA, 1996). São assim chamadas porque sua estrutura garante que estejam articulados os objetivos tornados conteúdos, as estratégias e a concepção de ensino e aprendizagem. A síntese histórica do conceito, o problema desencadeador do processo de construção do conceito e a síntese coletiva, mediada pelo educador, são características da atividade orientadora convergentes com a perspectiva lógico-histórica da matemática.

Tomemos como exemplo as atividades orientadoras da construção do número. Estas atividades estão organizadas levando em consideração o movimento conceitual do sistema de numeração decimal, o que implica partirmos da idéia basilar da correspondência, até chegarmos à abstração do numeral indo-arábico, com todas as regras que o compõem. A seguir, procuraremos apresentar brevemente esse percurso, evidenciando a necessidade colocada pelo contexto e a produção cultural realizada.

A primeira atividade orientadora, a correspondência biunívoca, na qual predomina a relação visual significante-significado, tem como base histórico-cultural o homem produtor, cuja necessidade se assentava em controlar e representar quantidades. A necessidade de prever ciclos da colheita, estações do ano, controle de produção, etc., levou o homem à ordenação numérica que se apresenta, na organização do ensino, como uma outra atividade orientadora na qual, além de manter a idéia de correspondência um a um, acrescenta-se a questão da sucessão e a idéia de regularidade.

Diversos povos, elamitas, sumérios, maias, egípcios, entre outros, tiveram a necessidade de realizar cálculos mais elevados para o registro das propriedades, dos bens, das trocas e, com isso, criaram a contagem por agrupamento, na qual há uma menor relação visual entre significante-significado, marcada sobretudo pela existência do numeral aditivo, que permitiu a esses povos a representação das quantidades. Esse aspecto histórico-cultural é abordado na atividade orientadora do agrupamento, na qual se evidenciam conteúdos de adição, multiplicação, divisão, entre outros e, nesse momento, significa a síntese dos conteúdos anteriores.

O numeral indo-arábico constitui a atividade orientadora na qual se busca salientar a dimensão histórico-cultural de seus criadores, o povo hindu, e de seus divulgadores, o povo árabe. Nessa atividade trabalha-se com o signo abstrato, sintetizado no sistema de numeração decimal, do qual se destaca o cálculo e o numeral numa única representação, a quantidade finita de signos para representar qualquer quantidade, revelando a questão do valor posicional, o valor operacional do zero, entre outras características desse sistema.

Acreditamos que o desenvolvimento de um projeto de matemática como temos defendido possibilita ao professor perceber a intencionalidade de sua prática pedagógica e, então, congrega os conhecimentos específico, pedagógico e curricular (SHULMAN, 1986), que se traduzem na definição do conhecimento específico da alfabetização matemática, como os conteúdos desse conhecimento podem ser desenvolvidos e qual o conjunto deles será ensinado. O projeto de matemática, nesse sentido, constitui-se desencadeador e articulador do processo de ensino e aprendizagem, como um meio para gerar e gerir as mudanças necessárias no âmbito escolar, onde princípios como igualdade e equivalência não se limitem apenas às páginas dos livros de matemática, mas ocupem seu lugar na história, onde o "sinal" de diferença não seja usado como sinônimo de menor e a escola se constitua como um "campo de possibilidades" favoráveis à vida, e a vida da melhor qualidade, para todos.

Referências

- CARAÇA, B. **Conceitos fundamentais da matemática**. 2ª. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.
- D'AMBRÓSIO, U. Educação Matemática: Uma visão do Estado da Arte. In: **Pro-Posições**. Unicamp. V. 4. Mar. 1993.
- MOURA, M. O. O Jogo na Educação Matemática. In: **Idéias: O cotidiano da pré-escola. n.7**. São Paulo, FDE, 1990.
- MOURA, M. O **A construção do signo numérico em situação de ensino**. São Paulo, USP, 1992. (tese de doutorado)
- MOURA, M. O (coord) **Controle da variação de quantidades**. Atividades de ensino. Universidade de São Paulo, 1996.
- SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. In: **Educational Researcher**, 15 (2), 1986, p. 4-14.

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NUMA HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO INFANTIL

Leila Barbosa Oliveira⁴¹

Anna Regina Lanner de Moura⁴²

Resumo: Neste relato de experiência, discutimos como aspectos da história dos números serviram de referência para problematizar a necessidade de contar o número de atividades diversificadas dos “cantinhos” que cada criança havia desenvolvido, durante a semana. Conferir o número de vezes que cada um trabalhou nos cantinhos tornou-se necessário dado que algumas crianças se sentiam tolhidas de participarem de determinadas atividades, que por serem mais procuradas, não estavam sendo distribuídas de modo que todos tivessem, igualmente, acesso às mesmas. Trata-se de uma classe de Educação Infantil, da rede municipal de Valinhos, com dezesseis crianças, entre quatro e cinco anos. Para resolvermos o problema apontado pelas crianças, desenvolvemos três atividades de contagem: fazendo marcas no corpo dos papuas, com pedrinhas do pastor; fazendo nós em cordas. Os excertos de diálogos ocorridos durante o desenvolvimento das três atividades, dão indicadores de que as crianças avançaram em suas percepções sobre a quantidade e sucessão dos dias da semana; passaram a usar corretamente as expressões, hoje, ontem, amanhã; faziam a leitura e representavam no quipu da classe o número de ausências e de atividades que cada um havia desenvolvido, na semana.

A necessidade de contar dos pequenos

Como falamos de matemática aos nossos pequenos? Que matemática podemos lhes propor de forma que possam construir respostas as seus grandes/pequenos problemas? Essas intrigantes questões que nos acompanham quando estamos lado a lado com eles, em sala de aula, como orientadores das tantas perguntas que os assaltam, ao aprender a viver num mundo que lhes foi construído, têm, neste texto, algumas respostas que tímida ou ousadamente construímos.

Em 2002, quando cursei a disciplina de Fundamentos do Ensino de Matemática⁴³, trabalhava com crianças numa faixa de idade de 4 a 5 anos, numa escola municipal em Valinhos.

Revisitando, no percurso da disciplina, e re-significando os conceitos de número que trazia de minha vida escolar, aprendi a sentir liberdade e autonomia frente a minha aprendizagem matemática, libertando-me de amarras, pré-conceitos e bloqueios que havia herdado ao passar pela escola. Ao mesmo tempo, refletia intensamente sobre o trabalho de matemática que vinha desenvolvendo com as crianças. Queria possibilitar, também a elas, uma relação de confiança e de autonomia com a matemática. Sei que não se deve pensar em matemática para esses pequenos, ainda, tão pequenos para entender a grande Matemática Simbólica que precisa de uma capacidade de abstração por eles, ainda, não desenvolvida.

É fato, porém, que as relações de sala de aula lhes colocavam a necessidade de contar. As reflexões sobre como orientamos essas crianças a construir soluções quando se encontram diante desta necessidade é que trazemos para discutir com você, leitor.

A questão do uso dos “cantinhos”⁴⁴ de atividades diversificadas trouxe, certo dia, a necessidade de contar. Foi, então, que inspirada nos conteúdos da disciplina, propus três tipos de atividades para que as

⁴¹ Pedagoga, professora da rede pública e privada, email:leilabob@bol.com.br

⁴² Professora doutora da Faculdade de Educação da UNICAMP, email: lanner@unicamp.br

⁴³ Disciplina do curso de Pedagogia da Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP ministrada pela professora doutora Anna Regina Lanner de Moura.

crianças pudessem desenvolver significativamente um modo de contar e a história dos números foi a inspiradora dessas atividades.

Começamos por um diálogo que aconteceu na classe.

Gabriel Levi: - *Mas eu nunca vou na massinha*⁴⁵!

Gabriel demonstrou certa tristeza quando avisei a turma que as atividades diversificadas deveriam interromper-se. Era hora do lanche e eu o lembrei disto. Não adiantou. Amuado, Gabriel começou a chorar e continuou.

Gabriel Levi - *Todo dia eu não tenho tempo de ir lá.*

Professora: - *Mas Gabriel, às vezes, vejo você na massinha.*

Gabriel Levi: - *É mais eu nunca fui lá depois do domingo.*

Agora eu entendia: Levi avaliava as atividades que havia realizado, a partir do primeiro dia de aula da semana - depois do domingo- e a palavra “nunca” por ele utilizada significava “há muito tempo” - este tempo longo que é a semana para os pequenos.

A criança de quatro anos vê como algo muito importante participar de todas as atividades propostas na semana, daí o peso da expressão “nunca” para Gabriel. Não havia me defrontado com um problema tão fundamental, até a fala dele. Na hora da conversa do outro dia, expliquei as crianças o problema colocado por Levi e perguntei se alguém mais ficava, por muito tempo, sem participar de uma atividade.

Fiquei surpresa. A sala toda tinha algo a dizer!

Bia: É claro, tem criança, *prô*⁴⁶, que pega o crachá primeiro e vai na massinha⁴⁷, na pintura, todo dia. Aí, eu fico esperando e nunca dá tempo de ir.

Professora: -O que vamos fazer?

Bia: -Vamos marcar. Quem já foi no cantinho só pode ir de novo quando todo mundo da sala ir.

Marcar? Como? Eles têm apenas quatro anos, não sabem contar, nem escrever, pensei. E continuei perguntando:

- Marcar? Como? (mas não lhes disse: - Vocês só têm quatro anos e não sabem escrever)

Silêncio

Lucas: -Vamos desenhar e o que a gente faz, a gente pendura no mural. Aí, sabe o que cada um fez. Se o desenho da massinha já estiver lá (no mural), não pode ir de novo, até a “Prô” dizer.

A idéia de Lucas completa a de Bia. Para essas crianças, desenhar tem o valor simbólico da escrita. Toda vez que queríamos fazer relato de um passeio, de uma brincadeira ou de um acontecimento diferente, utilizávamos o desenho. Este desenho era chamado de registro da atividade.

Professora: - E aí?

⁴⁴ Os “cantinhos” são espaços organizados em diferentes posições na classe onde estão dispostas atividades diversificadas.

⁴⁵ Ele quer dizer que nunca foi ao “cantinho” de brincar com massinha.

⁴⁶ Forma carinhosa das crianças se referirem a mim .

⁴⁷ Onde se brinca com a massa de modelar ou argila.



Propus, então, às crianças que fizessem o registro no final da aula, mas, curiosamente, elas não lembravam de todas as atividades feitas, no dia. Além disso, diziam que tinham feito, hoje, algo que haviam feito, ontem. Este fato me chamou a atenção e me levou à hipótese de que o desenvolvimento do controle do tempo não é aptidão natural e, nem mesmo, uma apropriação imediata dos conhecimentos culturais sobre o tempo a que a criança está envolvida, desde que nasce. Essas crianças tinham um tempo de vida de quatro anos, administrados pela cultura do tempo.

Naquele semestre, iniciava minhas primeiras leituras sobre a história dos números, nas aulas de Fundamentos do Ensino da Matemática e estava lendo, sob orientação da professora da disciplina⁴⁸, textos de Georges Ifrah. Com encantamento, li o capítulo intitulado: “Como contar sem saber contar”, Ifrah (1985). Foi aí, que nasceu a idéia de desenvolver com as crianças uma atividade que pudesse trazer uma solução para o problema que havia sido levantado por Gabriel e Bia: controlar a frequência do uso dos cantinhos da classe, mais disputados, os da massinha e da pintura, para que todas pudessem passar por eles.

O problema de como contar era uma necessidade real para a classe, pois iria auxiliar na democratização do uso dos cantinhos, enunciada por Bia: “Vamos marcar. Quem já foi no cantinho, só pode ir de novo, quando todo mundo da sala ir.”

Duas semanas depois, iniciei, na hora do conto⁴⁹, a atividade que contava: “A história do controle das quantidades” inspirada na forma de contar dos papuas, descrita por Ifrah (1985). E assim, fomos construindo a história da contagem dos papuas e a nossa forma de contar. Não farei aqui o relato desta história por falta de espaço, me restrinjo apenas a informar de sua realização porque fez parte da tríade das histórias de contexto histórico que desenvolvi com as crianças e em cujos resultados teve influência, também, a contagem dos papuas.

Contagem dos papua: registro de Leonardo

Sigamos discutindo a segunda atividade: A contagem das ovelhas. A encenação deste pequeno conto foi feita sobre uma maquete. As crianças manipulavam o boneco que representava o pastor, as miniaturas de ovelhas e as pedrinhas.

⁴⁸A professora Anna Regina passou, então, a orientar e discutir comigo este trabalho, parceria que se prolongou até a orientação de meu TCC e continua até o momento presente.

⁴⁹A hora da história.

“Certo pastor precisava saber se todas as ovelhas teriam voltado para o curral no fim do dia.

Para isto, utilizava um saquinho com pedras. Para cada ovelhinha que passava pela porteira, ele colocava uma pedrinha no saquinho e, de volta ao curral, para cada uma que entrava, tirava uma pedrinha do saquinho e a colocava no chão.”

As conclusões das crianças, ainda tão pequenas, me surpreendiam. Trago aqui um excerto do diálogo que se seguiu à história.

Professora: -Certo dia sobrou uma pedrinha no saco.

Leonardo: -Uma ovelha fugiu...o pastor tem que chamar a carrocinha.

Matheus: -Chi...o lobo comeu a ovelha...o Pastor tá chorando.

Professora: - Mas certo dia , acabou-se as pedras e ainda uma ovelha não havia entrado no curral.

Henrique: -Já sei, uma ovelhinha deu cria.

As interpelações das crianças revelam que elas atribuem a falta de uma pedra, a uma ovelha a menos e a sobra de uma pedra, a uma ovelha a mais. Ou seja, estabelecem uma equivalência, uma relação de igualdade entre os dois conjuntos, o de pedras e o de ovelhas. Tanto que a falta ou a sobra de uma pedra é, para elas, indicador da diferença entre os dois conjuntos.

Não queremos dizer com isto que tenham elaborado o pensamento de generalização da equivalência. Suas respostas têm a qualidade do pensamento sensorial empírico que segundo Kopnin (1978) é aquele construído pelos aspectos perceptíveis do objeto –uma pedra a uma ovelha- e que para Davidov (1978), este aspecto do pensamento não tem, ainda, a qualidade de generalização.

Mas não podemos deixar de concluir que as crianças estão controlando, mesmo que perceptivamente, o movimento quantitativo das ovelhas, em correspondência, ao das pedras, sem fazer uso dos números. E podemos dizer como Ifrah (1985), elas “contam sem saber contar”, ou seja, mesmo sem saber avaliar, numericamente, quantas pedras ou quantas ovelhas há.

Este conto agradou muito às crianças e elas, espontaneamente, recontavam a história, por alguns dias. Percebi que estavam desenvolvendo a noção de correspondência biunívoca, por isso, sugeri um outro instrumento de contar para a mesma história: uma madeira em que havia marcas de tinta. A cada marquinha correspondia uma ovelha.



Para cada pedra uma ovelha: Desenho de Matheus.

A terceira atividade introduziu para as crianças a forma de contar dos povos que habitavam a América Central e do Sul, mais especificamente, dos Incas.

Os quipus e os INCAS.

“Imagine viver em um lugar onde ainda não inventaram a roda.” Assim, inicia-se o último conto. E a idéia era conhecer como os incas viviam.”

Falar da cultura Inca significa remetermo-nos a um povo extremamente organizado em relação aos recenseamentos, agricultura, calendários e impostos.

Ifrah escreve que variações do quipu foram encontradas em várias civilizações.

Levei a sala um quipu que, de acordo com Ifrah, era usado pelos Incas.

Em um galho seco de madeira amarrei cordões de várias cores. Disse às crianças que cada cor de cordão significava um tipo de animal. Quando os Incas queriam contar seus animais, faziam um nó no cordão que representava o animal contado.

As crianças observaram que este modo de contar deveria ser muito prático por que carregar o quipu era bem mais leve que muitas pedras juntas.

Como as crianças ainda não tinham facilidade em fazer nós, ao simular a história desta contagem, levei cordões menores para as crianças amarrarem no cordão que correspondia ao animal contado, simulando assim o nó.



O quipu de André é está sobre a mochila. (Traços finos)

Três histórias, três idéias.

Tínhamos, então, três histórias e três formas de contar. Disse as crianças que “no dia depois de domingo”, escolheríamos uma das três formas para registrar nossas atividades.

Na segunda feira, no momento da roda, analisamos cada instrumento de contar que havíamos conhecido e a questão colocada era escolher um deles para as nossas contagens.

A seguir, apresentamos um excerto da discussão para a escolha.

Professora: -Podemos usar as pedras como o pastor de ovelhas?

Silêncio

Ruan: -Mas pedra é pesada e enche minha mão...e “as pedra é igual”. Como vou saber onde fui.(queria dizer em qual dos cantinhos fui).

Gabriel Levi: -Vamos usar marquinha no corpo.

Bia: -E quando a gente tomar banho?

Gabriel Levi: - Então só restou o quipu, se não der não tem mais jeito.

Realmente...o quipu seria nossa única solução por que não queríamos apenas controlar “quantas” atividades havíamos realizado mas, também, “quais” .

Lembremos que os Incas podiam fazer isto com seus quipus. Era possível associar a cada cordão um animal e a cada animal um nó.

E depois de muita conversa, montamos um quipu para cada criança. Este quipu fazia corresponder para cada dia um cordão. E para cada nó, uma atividade. Os nós (feitos em pedaços de cordões de lã) tinham cores diferentes, e indicavam qual atividade tinha sido realizada. Para a atividade da massinha, faziam-se nós brancos, para a da pintura, nós azuis e assim sucessivamente. Esta contagem agradou às crianças, pois o pequeno quipu era amarrado na cintura. Em cada cantinho, havia um pote com pedaços de lã que a criança amarrava, ao final da atividade, no cordão correspondente ao dia da semana. No dia seguinte, era possível lembrar-se das atividades realizadas e do número de vezes que cada criança as havia realizado.

Discutindo questões.

Os instrumentos explorados pelas crianças nos remetem a idéia de correspondência termo a termo.

As crianças bem pequenas são capazes não só de fazer a correspondência, mas demonstram também ter desenvolvido a noção de equiparação de conjuntos, quando concluem intuitivamente que, se a quantidade de pedras é igual a de ovelhas então, os dois conjuntos têm a mesma quantidade.

Isto é interessante, pois por meio deste tipo de contagem, crianças que ainda não sabiam contar até quinze, podiam controlar a quantidade dezesseis, que era a quantidade de ovelhas proposta na história do pastor. A mesma observação serve para a contagem com marcas no corpo, em madeira e com as pedras.

Esta simples noção de equiparação, segundo Caraça (1998), é a base para a construção do conceito de número e de conceitos mais complexos como o de função.

Como diz Ifrah, “Foi, sem dúvida, graças a este princípio que durante milênios o homem pré-histórico pode praticar a aritmética, antes mesmo de conhecer o número abstrato.” (Ifrah, 1975: pág..)

Mas é, no instrumento quipu, que gostaria de focar a atenção do leitor. Este seria o único instrumento que possibilita associar na contagem a qualidade e a quantidade dos objetos contados. E é o que precisávamos, no nosso caso.

Vamos lembrar que as crianças, antes de querer saber quantas, queriam saber quais atividades haviam feito. Não é esta uma informação que o número, pode também nos dar? Quantas vezes respondemos às perguntas quais e quantos.

Há uma outra questão que queremos chamar a atenção. Os pequenos desta classe, ainda, não tinham a noção abstrata da contagem tal qual a concebemos, em seus aspectos cardinal e ordinal.

Amarrar as quantidades de cordões do dia corresponde ao aspecto cardinal. No entanto, amarrar essa quantidade, no cordão correspondente ao dia da semana, corresponde ao aspecto ordinal da contagem.

As crianças, depois de algumas semanas, começaram a perceber que se a cada cordão corresponde um dia da semana, então, se alguém faltar, deveria pular um cordão do quipu.

Bia: -Se eu faltei, vamos pular um cordão. Aí a gente amarra no dia certo.

Assim, no quipu de uma criança, um cordão sem os cordões menores, “vazio”, como elas diziam, significava que ela estava ausente no dia representado por este cordão.

O fato de atribuir a cada cordão, um dia da semana e amarrá-los na cinta do quipu, na ordem de sua sucessão temporal, possibilitou às crianças perceberem que eram cinco os dias de aula da semana e a regularidade de sua sucessão. Assim, o quinto cordão não só representava o quinto dia da semana, mas incluía, também, a quantidade de dias que o antecede. Pois diziam que para chegar nele, havia passado cinco dias.

Reafirmamos que esta não é uma contagem propriamente dita, pois os aspectos cardinal e ordinal, ainda, não foram generalizados por essas crianças para outras contagens.

O diálogo abaixo ilustra, ainda, as primeiras noções de controle do tempo que começaram a surgir.

Leonardo: - Chi... só tenho amanhã e depois para ir na pintura!

Professora: - Por que?

Leonardo: - Só falta dois “cordão”

Professora: - Muito bem, Leo, só faltam dois dias. Você já veio três dias à escola

Lucas : - Ontem eu faltei porque eu dormi.

Após essas atividades, em pouco tempo, as crianças conseguiram, utilizar com propriedade temporal as expressões ontem, amanhã e hoje sem se confundirem.

Havíamos criado um calendário empírico para a semana. Tudo isto com um instrumento tão simples.

A História da Matemática nesta História da Educação Infantil.

As discussões, no último tópico, explicam algumas noções que intuitivamente e, em situação particular, as crianças estão construindo. Mas, estas são reflexões de quem conhece um pouco sobre história dos números e, por este motivo, pode observar que contar não é um ato tão simples como nos apresentam, em geral, os livros didáticos.

Para as crianças, ficou as lembranças das histórias que logo usariam para resolver problemas práticos.

Observei isto, um ano depois desta experiência. Assumi a mesma turma e, ao fazermos a organização das atividades, as crianças sugeriram, espontaneamente, que fizéssemos a chamada, usando marcas na madeira e o calendário mensal, usando o quipu sem que partisse de mim qualquer referência a respeito.

Usamos a história para problematizar uma necessidade de contar que surgiu na classe.

Esta abordagem nos mostrou que há uma forma de tratar a história dos números, com a criança, possível de essa se tornar, para ela, um conhecimento de uso, uma apropriação significativa.

Ficou, também, resolvido o problema democrático de acesso às atividades diversificadas sem que se fizesse algum discurso sobre este assunto que certamente, para essas crianças, seria algo incompreensível. Os sentimentos de Gabriel e Bia de não estarem em situação de igualdade com os outros coleguinhas, quanto ao acesso a todas as atividades, não entrou mais em cena, a forma encontrada para registrar as suas participações os deixou satisfeitos.

Também a nossa forma de tratar o conhecimento com as crianças, nos trouxe satisfação, pois enquanto contávamos a história dos números, as percebemos ativas e criativas em suas soluções de contagem. Podemos dizer que o contexto histórico das atividades desenvolvidas propiciou a essas crianças solucionar o problema de contagem que lhes ocorreu com um modo de contar que lhes foi significativo: o quipu. Esse mesmo contexto pode ter contribuído para que elas avançassem em suas elaborações numéricas.

Referências Bibliográficas

- CARAÇA, B. de J. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa, Gradiva, 4ª edição, 2002.
- IFRAH, Georges. *Os Números: a história de uma grande invenção*. São Paulo, Ed. Globo, 1985.
- DAVYDOV, V.V. *Tipos de generalización en la enseñanza*. Habana, Editorial Pueblo y Educación, 1978.
- KOPNIN, P. V. *A dialética como lógica e teoria do conhecimento*. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira S. A.