

Métodos Não Paramétricos

Para todos os testes estatísticos que estudamos até este ponto, assumimos que as populações tinham distribuição normal ou aproximadamente normal. Essa propriedade era necessária para que os testes fossem válidos.

Testes *paramétricos* : assumem que a distribuição seja conhecida e que somente os valores de certos parâmetros – tais como as médias e os desvios padrões – sejam desconhecidos.

Se os dados não satisfazem as suposições feitas pelas técnicas tradicionais, métodos não paramétricos de inferência estatística devem ser usados.

Técnicas *não paramétricas* fazem poucas suposições sobre as distribuições originais .

Testes de hipóteses não paramétricos seguem o mesmo procedimento geral que os testes paramétricos:

- Formulamos as hipóteses a serem testadas;
- calculamos o valor da estatística do teste usando os dados contidos em uma amostra aleatória de observações
- Dependendo da grandeza dessa estatística, ou rejeitamos ou não a hipótese nula.

Amostras dependentes (Pareadas)

Exemplo: Estudo para investigar o uso de oxigenação extracorpórea (ECMO), um sistema mecânico para oxigenar o sangue, no tratamento de recém-nascidos com falha respiratória neonatal.

Imagina-se que o uso desse procedimento pode reduzir o rendimento do ventrículo esquerdo de uma criança, diminuindo a quantidade de sangue bombeado ao corpo. Gostaríamos de comparar a dimensão do ventrículo esquerdo antes e durante o uso do ECMO.

Tabela 13.4 Amostra de 15 bebês com dificuldade respiratória

Sujeito	dimensão (cm)		Di=Yi-Xi	Posto	Posto	Sinalizado
	Antes (Xi)	Durante (Yi)				
1	1,6	1,6	0,0	-		
2	2,0	2,0	0,0	-		
3	1,2	1,2	0,0	-		
4	1,6	1,6	0,0	-		
5	1,6	1,5	0,1	2,5	2,5	
6	1,7	1,6	0,1	2,5	2,5	
7	1,6	1,5	0,1	2,5	2,5	
8	1,6	1,7	-0,1	2,5		-2,5
9	1,6	1,4	0,2	5,5	5,5	
10	1,7	1,5	0,2	5,5	5,5	
11	1,0	1,3	-0,3	8,0		-8,0
12	1,5	1,8	-0,3	8,0		-8,0
13	1,5	1,8	-0,3	8,0		-8,0
14	1,4	1,8	-0,4	10,0		-10,0
15	1,5	2,0	-0,5	11,0		-11,0
Total					18,5	-47,5

Não assumiremos que a população das diferenças da dimensão do ventrículo esquerdo seja normalmente distribuída \Rightarrow usaremos um teste não paramétrico

H: não existe efeito do ECMO

(diferença mediana = 0 ou se a distribuição for simétrica $\mu_D = 0$).

A: existe efeito do ECMO

(diferença mediana $\neq 0$ ou se a distribuição for simétrica $\mu_D \neq 0$).

Teste do Sinal

Calculamos a diferença para cada par de observações.

$$D_i = X_i - Y_i$$

Se $D_i > 0$, ao par é atribuído um sinal +

se $D_i < 0$, ele recebe um sinal -

Se $D_i = 0$ não fornece informação e em geral são excluídos da análise. Quando as diferenças são excluídas, o tamanho da amostra n deve ser coerentemente reduzido.

Seja $S = \sum D_i$ (quantidade de sinais + na amostra)

Sob a hipótese nula esperamos ter aproximadamente no. iguais de sinais + e -.

Equivalentemente, a probabilidade de que uma diferença seja positiva é $1/2$ e a probabilidade de que seja negativa é também $1/2$.

$$S \sim b(n; 0,5).$$

O teste do sinal não faz suposição sobre a distribuição das diferenças, mas leva em conta apenas o sinal da diferença ignorando a grandeza dessas diferenças. O teste do sinal não é freqüentemente usado na prática.

Teste de Postos Sinalizados de Wilcoxon

Leva em consideração as grandezas das diferenças, assim como seus sinais.

Procedimento:

- selecionamos uma aa. de n pares de observações
- calculamos a diferença de cada um dos pares
- ignorando os sinais dessas diferenças, ordenamos seus valores absolutos do menor até o maior obtendo os postos.

Uma diferença = 0 não é ordenada; ela é eliminada da análise e o tamanho da amostra é reduzido de 1 para cada par eliminado.

Se houver empate é atribuído um posto médio.

- Finalmente, atribuímos a cada posto ou um sinal de mais ou um sinal de menos dependendo do sinal da diferença.

Exemplo:

X_i	Y_i	D_i	$ D_i $	Posto	Posto sinalizado
300	350	-50	50	4	-4
410	390	20	20	1	+1
420	490	-70	70	5	-5
410	435	-25	25	2	-2
400	440	-40	40	3	-3

$$H: \mu_D = 0$$

$$A: \mu_D < 0$$

Sejam T^+ = soma dos postos positivos = 1

$$T^- = -(soma dos postos negativos) = 14$$

$$T^+ + T^- = 15 = n(n+1)/2$$

Podemos utilizar como estatística do teste T^+ ou T^- . Em geral utiliza-se a menor soma.

Rejeito H se T^+ for “pequeno”

ou

Rejeito H se T^- for “grande”

Trabalharemos com T^+ .

Para realizar o teste precisamos da distribuição dessa estatística sob a hipótese H .

Sob a hipótese H (a mediana da população original de diferenças é igual a 0),

- esperamos que a amostra tenha aproximadamente no. iguais de postos positivos e negativos.
- a soma dos postos positivos deve ser comparável em grandeza à soma dos postos negativos.
- cada ponto tem a mesma probabilidade de ser associado com um sinal + ou com um sinal -. Logo a seqüência de postos sinalizados é uma de todas as possíveis combinações de $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5$.
- Há $2^5 = 32$ combinações. Todas equiprováveis sob H , ou seja com probabilidade $1/32$.

Tabela:

1	2	3	4	5	T ⁺	1	2	3	4	5	T ⁺
+	+	+	+	+	15	+	+	-	+	-	7
-	+	+	+	+	14	-	+	-	-	+	7
+	-	+	+	+	13	-	-	+	+	-	7
+	+	-	+	+	12	+	-	-	-	+	6
-	-	+	+	+	12	+	+	+	-	-	6
+	+	+	-	+	11	-	+	-	+	-	6
-	+	-	+	+	11	+	-	-	+	-	5
+	+	+	+	-	10	-	+	+	-	-	5
-	+	+	-	+	10	-	-	-	-	+	5
+	-	-	+	+	10	+	-	+	-	-	4
-	+	+	+	-	9	-	-	-	+	-	4
-	-	-	+	+	9	+	+	-	-	-	3
+	-	+	-	+	9	-	-	+	-	-	3
+	+	-	-	+	8	-	+	-	-	-	2
+	-	+	+	-	8	+	-	-	-	-	1
-	-	+	-	+	8	-	-	-	-	-	0

Tabela:

T ⁺	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Frequência	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	3	2	2	1	1	1

Nível descritivo

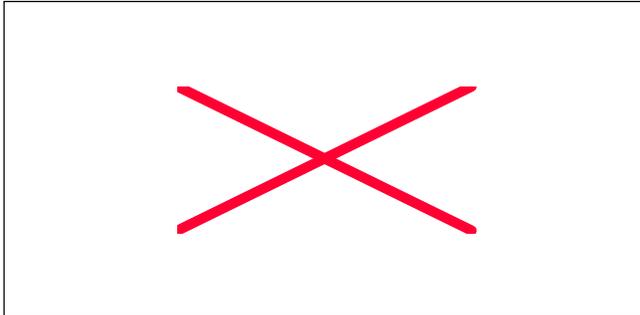


⇒ $P \cong 0,05$, n é pequeno, devemos rejeitar H_0 , ou seja, indicação de que a medida após o tratamento é menor do que a medida antes.

Estatística T^+

Existe tabela para a realização do teste

Para $n > 50 \Rightarrow$ aproximação normal



Voltando ao exemplo:

Como diferença = 0 não é ordenada e existem 4 zeros no conjunto de dados, o tamanho da amostra é reduzido para $n = 11$. A menor soma de postos é $T^+ = 18,5$.

Como n é pequeno, não utilizaremos a aproximação normal. Pela tabela temos que $P \cong 2 \cdot (0,12) = 0,24 \Rightarrow$ não rejeitamos a hipótese nula.

Conclusão: O tratamento com ECMO parece não ter efeito no rendimento dos ventrículos esquerdos dos bebês.

O teste pode ser feito utilizando um computador (Minitab).

Amostras independentes

Teste de Wilcoxon ou Mann-Whitney

avalia a hipótese nula de que as medianas de duas populações sejam idênticas

Exemplo:

Considere as distribuições de escores de idade mental normalizados de duas populações de crianças que sofrem de fenilcetonúria (PKU). Os indivíduos com essa desordem são incapazes de metabolizar a proteína fenilalanina.

Acredita-se que um elevado nível sérico de fenilalanina aumenta a probabilidade de deficiência mental da criança.

Grupo 1: crianças com níveis séricos de fenilalanina diários médios abaixo de 10,0 mg/dl;

Grupo 2 : crianças com níveis médios acima de 10,0 mg/dl.

Gostaríamos de comparar os escores de idade mental normalizados para essas duas populações de crianças.

Mas não vamos assumir que os escores de idade mental normalizados sejam normalmente distribuídos .

TABELA : Escores de idade mental normalizados (nMA) para duas amostras de crianças sofrendo de fenilcetonúria.

< 10,0 mg/dl		> 10,0 mg/dl	
nMA (mos)	Posto	nMA (mos)	Posto
34,5	2,0	28,0	1,0
37,5	6,0	35,0	3,0
39,5	7,0	37,0	4,5
40,0	8,0	37,0	4,5
45,5	11,5	43,5	9,0
47,0	14,5	44,0	10,0
47,0	14,5	45,5	11,5
47,5	16,0	46,0	13,0
48,7	19,5	48,0	17,0
49,0	21,0	48,3	18,0
51,0	23,0	48,7	19,5
51,0	23,0	51,0	23,0
52,0	25,5	52,0	25,5
53,0	28,0	53,0	28,0
54,0	31,5	53,0	28,0
54,0	31,5	54,0	31,5
55,0	34,5	54,0	31,5
56,5	36,0	55,0	34,5
57,0	37,0		
58,5	38,5		
58,5	38,5		
TOTAL	467,0		313,0

Existem 21 crianças com baixa exposição e 18 crianças com alta exposição .

Procedimento:

- selecionar uma aa. independente de cada uma das populações de interesse.
- combinar as duas amostras em um grande grupo, ordenar as observações da menor até a maior e atribuir um posto a cada uma. Se existirem observações empatadas, atribuir um posto médio para todas as medidas com o mesmo valor.
- encontrar a soma dos postos correspondente a cada uma das amostras originais. A menor das duas somas é denotada por W .

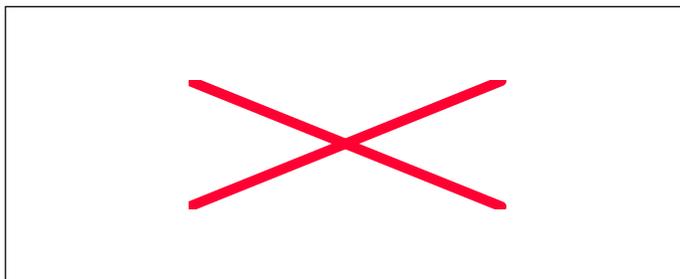
Estatística: W

Sob a hipótese nula (as populações originais têm medianas idênticas) esperamos que os postos sejam distribuídos aleatoriamente entre os dois grupos e que os postos médios para cada uma das amostras sejam aproximadamente iguais.

Distribuição de W , sob H_0 , está tabelada

(n_2 é o maior dos dois tamanhos de amostras e n_1 é o menor.

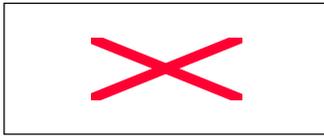
Para cada combinação de W_0 , n_1 e n_2 , a entrada na tabela corresponde à probabilidade de que W seja menor ou igual a W_0)



sendo n_S : representa o número de observações na amostra que tem a menor soma de postos

e n_L o número de observações na amostra com a maior soma.

Para grandes valores de n_S e n_L ,



segue uma distribuição normal padrão aproximada, assumindo que a hipótese nula seja verdadeira.

Os histogramas dos escores indicam que a distribuição não é normal, distribuição parece ser assimétrica à esquerda para os dois grupos.

grupo de baixa exposição: soma dos postos é 467

grupo de alta exposição: soma dos postos é 313

$$W = 313.$$

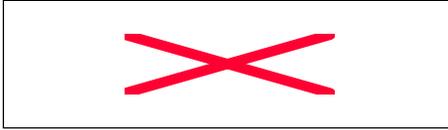
Além disso,

$$E(W) = 360 \text{ e } \text{Var}(W) = 35,5^2$$

$$\text{Logo, } z_W = -1,32, \text{ e } P = 2 \cdot P(Z_W < -1,32) = 0,186$$

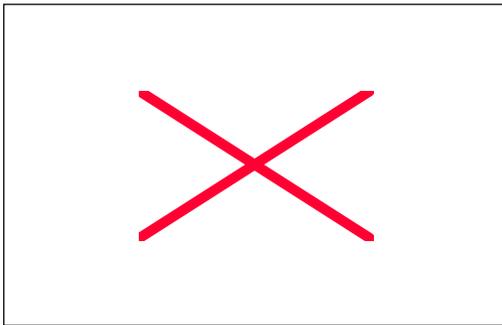
Como $P > 0,05$, não rejeitamos a hipótese nula. As amostras não fornecem evidência de uma diferença nos escores medianos de idade metal normalizados para as duas populações; crianças com alta exposição sérica de fenilalanina obtiveram um nível de funcionamento mental que é comparável ao nível de crianças com baixa exposição.

Uma estatística equivalente a W é:



Chamada de estatística de Mann-Whitney.

Nesse caso,



Vantagens e Desvantagens

- são simples
- não dependem da distribuição da população da qual a amostra foi selecionada
- não exigem que as populações originais sejam normalmente distribuídas
- dados não precisam ser quantitativos basta que tenham uma escala ordinal
- uso de postos faz as técnicas não paramétricas menos sensíveis aos erros de medidas do que os testes tradicionais
- Se as suposições básicas de um teste paramétrico são satisfeitas, os testes não paramétricos são menos poderosos do que a técnica paramétrica correspondente .

OBS.: se uma grande proporção de observações são empatadas, um termo de correção precisa ser adicionado aos cálculos.

This document was created with Win2PDF available at <http://www.daneprairie.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.