

# MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione

17 de Outubro de 2014

Prova 1 — **B**

2014210

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

## Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.1)*.
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

## Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$  é a função “seno de  $x$ ”;  $\ln x$  é a função “logaritmo natural de  $x$ ”.
- $]a, b[$  denota o intervalo *aberto* de extremos  $a$  e  $b$ .
- $\cosh x$  é a função cosseno hiperbólico, dada por  $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ .

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

**Questão 1.** *Determine os pontos críticos da função*

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6.$$

- (a)  $f$  não possui pontos críticos;
- (b)  $x = 3$  e  $x = 6$ ;
- (c)  $x = 0$  e  $x = 6$ ;
- (d)  $x = 2$  e  $x = 3$ ;
- (e)  $x = 3$ .

**Questão 2.** *Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo  $y$ , da região  $R$ :*

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \arctan x\}.$$

- (a)  $\pi^2 - \frac{\pi}{2}$ ;
- (b)  $\frac{\pi}{2} - \pi^2$ ;
- (c)  $\pi^2 - \pi$ ;
- (d)  $\frac{\pi^2}{2} - \pi$ ;
- (e)  $\frac{\pi^2}{2} + \pi$ .

**Questão 3.** *Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é derivável, e  $F'(x) = f(x)$  para todo  $x \in [a, b]$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $f$  é uma primitiva da função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $\int_a^b f(t) dt = F(b)$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função derivável, então a função  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é contínua, e  $f'(x) = F(x)$  para todo  $x \in [a, b]$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função contínua, então  $\int_a^b f(t) dt$  é dado pela área da região abaixo do gráfico da  $f$ .

**Questão 4.** Calcule o volume  $V$  do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região  $R$  dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 3\}.$$

- (a)  $\frac{16}{5}\pi$ ;
- (b)  $\frac{17}{3}\pi$ ;
- (c)  $\frac{16}{3}\pi$ ;
- (d)  $\frac{17}{2}\pi$ ;
- (e)  $\frac{17}{4}\pi$ .

**Questão 5.** Qual das seguintes afirmações é correta?

- (a) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $xF(x)$  é uma primitiva de  $xF(x)$ ;
- (b) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $xF(x)$  é uma primitiva de  $xF(x) + f(x)$ ;
- (c) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $xF(x)$  é uma primitiva de  $xf(x)$ ;
- (d) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $xF(x)$  é uma primitiva de  $\frac{1}{2}x^2F(x)$ ;
- (e) Se  $F$  é uma primitiva de  $f$ , então  $xF(x)$  é uma primitiva de  $xf(x) + F(x)$ .

**Questão 6.** Calcule a integral definida  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, dx$ .

- (a)  $-\frac{1}{4}$ ;
- (b)  $\frac{1}{4}$ ;
- (c) 0;
- (d)  $\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $\frac{1}{3}$ .

**Questão 7.** Calcule a integral indefinida  $\int x^2 e^x dx$ .

- (a)  $x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C$ ;
- (b)  $\frac{1}{3} x^3 e^x + C$ ;
- (c)  $\frac{1}{3} x^3 e^x + x^2 e^x + C$ ;
- (d)  $x^2 e^x + 2e^x + C$ ;
- (e)  $x^2 e^x - 2x e^x + C$ .

**Questão 8.** Determine os pontos críticos da função  $f(x) = e^{(x-1)^2}$ .

- (a)  $x = 1$  e  $x = -1$ ;
- (b)  $x = 0$ ;
- (c)  $x = -1$ ;
- (d)  $x = 0$  e  $x = 1$ ;
- (e)  $x = 1$ .

**Questão 9.** Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo  $y$ , da região  $R$ :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

- (a)  $\frac{21}{8} \pi$ ;
- (b)  $\frac{7}{4} \pi$ ;
- (c)  $\frac{9}{8} \pi$ ;
- (d)  $\frac{23}{5} \pi$ ;
- (e)  $\frac{49}{5} \pi$ .

**Questão 10.** Calcule o volume  $V$  do sólido gerado pela rotação em torno do eixo  $x$  da região  $R$  dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}.$$

- (a)  $V = 0$ ;
- (b)  $V = \frac{\pi^2}{2}$ ;
- (c)  $V = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ ;
- (d)  $V = \pi^2$ ;
- (e)  $V = \frac{\pi}{2}$ .

**Questão 11.** Dada a função  $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$ , determine em quais intervalos o gráfico da  $f$  tem concavidade para cima.

- (a)  $]-\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}}[$ ;
- (b)  $]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}[$  e  $]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty[$ ;
- (c)  $]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}[$ ;
- (d)  $]-\infty, 0[$ ;
- (e)  $]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty[$ .

**Questão 12.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$ .

- (a)  $L = 1$ ;
- (b)  $L = e$ ;
- (c)  $L = +\infty$ ;
- (d)  $L = -\infty$ ;
- (e)  $L = 0$ .

**Questão 13.** Calcule a integral definida  $\int_0^3 x \sqrt{1+x} \, dx$ .

- (a)  $\frac{115}{16}$ ;
- (b)  $\frac{116}{15}$ ;
- (c)  $\frac{16}{15}$ ;
- (d)  $\frac{116}{115}$ ;
- (e)  $\frac{16}{115}$ .

**Questão 14.** Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{12}-1}{x^3-1}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{4}$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = +\infty$ ;
- (d)  $L = 4$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 15.** Indique qual é a fórmula correta para o cálculo do volume  $V$  do sólido gerado pela rotação, em torno do eixo  $x$ , da região  $R$ :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, f(x) \leq y \leq g(x)\},$$

onde  $f$  e  $g$  são funções contínuas em  $[a, b]$ , com  $f(x) \leq g(x)$  para todo  $x \in [a, b]$ .

- (a)  $V = 2\pi \int_a^b x[f(x) - g(x)] dx$ ;
- (b)  $V = 2\pi \int_a^b x[f(x)^2 - g(x)^2] dx$ ;
- (c)  $V = 2\pi \int_a^b [f(x)^2 - g(x)^2] dx$ ;
- (d)  $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ ;
- (e)  $V = \pi \int_a^b [f(x)^2 - g(x)^2] dx$ .

**Questão 16.** Determine o domínio da função  $f(x) = \ln(1 + x^5)$ .

- (a)  $\mathbb{R}$ ;
- (b)  $] -1, +\infty[$ ;
- (c)  $] 1, +\infty[$ ;
- (d)  $] 0, +\infty[$ ;
- (e)  $] 1, +\infty[$ .

**Questão 17.** Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo  $x$ , do gráfico da função  $f(x) = x + 1$ ,  $1 \leq x \leq 4$ .

- (a)  $20\sqrt{2}\pi$ ;
- (b)  $20\sqrt{3}\pi$ ;
- (c)  $21\sqrt{3}\pi$ ;
- (d)  $21\sqrt{2}\pi$ ;
- (e)  $23\sqrt{2}\pi$ .

**Questão 18.** Dada a função  $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$ , determine em quais intervalos é decrescente.

- (a)  $] -\frac{3}{4}, \frac{3}{4}[$ ;
- (b)  $] -\frac{3}{4}, 0[$ ;
- (c)  $] 0, \frac{3}{4}[$ ;
- (d)  $] -\infty, 0[ \text{ e } ] \frac{3}{4}, +\infty[$ ;
- (e)  $] -\infty, -\frac{3}{4}[ \text{ e } ] 0, \frac{3}{4}[$ .

**Questão 19.** Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo  $x$ , do gráfico da função  $f(x) = \cosh x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

- (a)  $\pi(e^2 - e^{-2} + 4)$ ;
- (b)  $\frac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 1)$ ;
- (c)  $\frac{\pi}{4}(e^2 + e^{-2} + 4)$ ;
- (d)  $\frac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 4)$ ;
- (e)  $\pi(e^2 - e^{-2} + 1)$ .

**Questão 20.** Usando o Teorema de De L'Hôpital, determine qual das seguintes afirmações está correta.

- (a) Se  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$ ,  
e  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ,  
então  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ;
- (b) Se  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -3$ ,  
e  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ,  
então  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ;
- (c) Se  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$ ,  
então  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ;
- (d) Se  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 2$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = 1$ ,  
e  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ ,  
então  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ;
- (e) Se  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3$   
e  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ , então  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ .

MAT 133 — Cálculo II  
Turma 2014210  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1 — **B**  
17 de Outubro de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

### Folha de Respostas

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota