

MAT 133 — Cálculo II

Prof. Paolo Piccione
17 de Outubro de 2014

Prova 1 — A

2014210

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.1).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página)
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais
- $\sin x$ é a função “seno de x ”; $\ln x$ é a função “logaritmo natural de x ”.
- $]a, b[$ denota o intervalo *aberto* de extremos a e b .
- $\cosh x$ é a função cosseno hiperbólico, dada por $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

***NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!***

Questão 1. Determine o domínio da função $f(x) = \ln(1 + x^5)$.

- (a) $]0, +\infty[$;
- (b) $[1, +\infty[$;
- (c) \mathbb{R} ;
- (d) $]1, +\infty[$;
- (e) $] -1, +\infty[$.

Questão 2. Calcule a integral definida $\int_0^3 x \sqrt{1+x} \, dx$.

- (a) $\frac{16}{15}$;
- (b) $\frac{116}{15}$;
- (c) $\frac{115}{16}$;
- (d) $\frac{116}{115}$;
- (e) $\frac{16}{115}$.

Questão 3. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y , da região R :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \arctan x\}.$$

- (a) $\pi^2 - \frac{\pi}{2}$;
- (b) $\frac{\pi^2}{2} - \pi$;
- (c) $\frac{\pi}{2} - \pi^2$;
- (d) $\pi^2 - \pi$;
- (e) $\frac{\pi^2}{2} + \pi$.

Questão 4. Determine os pontos críticos da função $f(x) = e^{(x-1)^2}$.

- (a) $x = 1$ e $x = -1$;
- (b) $x = 0$;
- (c) $x = 1$;
- (d) $x = 0$ e $x = 1$;
- (e) $x = -1$.

Questão 5. Calcule a integral indefinida $\int x^2 e^x dx$.

- (a) $\frac{1}{3}x^3 e^x + x^2 e^x + C$;
- (b) $\frac{1}{3}x^3 e^x + C$;
- (c) $x^2 e^x + 2e^x + C$;
- (d) $x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C$;
- (e) $x^2 e^x - 2x e^x + C$.

Questão 6. Qual das seguintes afirmações é correta?

- (a) Se F é uma primitiva de f , então $xF(x)$ é uma primitiva de $xf(x) + F(x)$;
- (b) Se F é uma primitiva de f , então $xF(x)$ é uma primitiva de $xF(x)$;
- (c) Se F é uma primitiva de f , então $xF(x)$ é uma primitiva de $xf(x)$;
- (d) Se F é uma primitiva de f , então $xF(x)$ é uma primitiva de $\frac{1}{2}x^2 F(x)$;
- (e) Se F é uma primitiva de f , então $xF(x)$ é uma primitiva de $xF(x) + f(x)$.

Questão 7. Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo x , do gráfico da função $f(x) = \cosh x$, $0 \leq x \leq 1$.

- (a) $\pi(e^2 - e^{-2} + 1)$;
- (b) $\pi(e^2 - e^{-2} + 4)$;
- (c) $\frac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 1)$;
- (d) $\frac{\pi}{4}(e^2 - e^{-2} + 4)$;
- (e) $\frac{\pi}{4}(e^2 + e^{-2} + 4)$.

Questão 8. Calcule a área da superfície gerada pela rotação, em torno do eixo x , do gráfico da função $f(x) = x + 1$, $1 \leq x \leq 4$.

- (a) $21\sqrt{2}\pi$;
- (b) $21\sqrt{3}\pi$;
- (c) $20\sqrt{2}\pi$;
- (d) $20\sqrt{3}\pi$;
- (e) $23\sqrt{2}\pi$.

Questão 9. Calcule a integral definida $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x \, dx$.

- (a) $\frac{1}{3}$;
- (b) $\frac{1}{2}$;
- (c) $-\frac{1}{4}$;
- (d) 0;
- (e) $\frac{1}{4}$.

Questão 10. Determine os pontos críticos da função

$$f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 6.$$

- (a) f não possui pontos críticos;
- (b) $x = 3$ e $x = 6$;
- (c) $x = 2$ e $x = 3$;
- (d) $x = 3$;
- (e) $x = 0$ e $x = 6$.

Questão 11. Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos o gráfico da f tem concavidade para cima.

- (a) $]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty[$;
- (b) $]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}[$ e $]\frac{3}{4\sqrt{3}}, +\infty[$;
- (c) $]-\infty, 0[$;
- (d) $]-\infty, -\frac{3}{4\sqrt{3}}[$;
- (e) $]-\frac{3}{4\sqrt{3}}, \frac{3}{4\sqrt{3}}[$.

Questão 12. Dada a função $f(x) = 8x^4 - 9x^2 + 5$, determine em quais intervalos é decrescente.

- (a) $]-\infty, -\frac{3}{4}[$ e $]0, \frac{3}{4}[$;
- (b) $]0, \frac{3}{4}[$;
- (c) $]-\infty, 0[$ e $]\frac{3}{4}, +\infty[$;
- (d) $]-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}[$;
- (e) $]-\frac{3}{4}, 0[$.

Questão 13. Indique qual é a fórmula correta para o cálculo do volume V do sólido gerado pela rotação, em torno do eixo x , da região R :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, f(x) \leq y \leq g(x)\},$$

onde f e g são funções contínuas em $[a, b]$, com $f(x) \leq g(x)$ para todo $x \in [a, b]$.

- (a) $V = 2\pi \int_a^b [f(x)^2 - g(x)^2] dx$;
- (b) $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$;
- (c) $V = 2\pi \int_a^b x [f(x)^2 - g(x)^2] dx$;
- (d) $V = 2\pi \int_a^b x [f(x) - g(x)] dx$;
- (e) $V = \pi \int_a^b [f(x)^2 - g(x)^2] dx$.

Questão 14. Calcule o volume do sólido obtido pela rotação, em torno do eixo y , da região R :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 4, 1 \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

- (a) $\frac{23}{5}\pi$;
- (b) $\frac{7}{4}\pi$;
- (c) $\frac{49}{5}\pi$;
- (d) $\frac{9}{8}\pi$;
- (e) $\frac{21}{8}\pi$.

Questão 15. Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região R dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}.$$

- (a) $V = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$;
- (b) $V = \frac{\pi}{2}$;
- (c) $V = 0$;
- (d) $V = \frac{\pi^2}{2}$;
- (e) $V = \pi^2$.

Questão 16. Usando o Teorema de L'Hôpital, calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{12} - 1}{x^3 - 1}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \frac{1}{4}$;
- (c) $L = 4$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = 1$.

Questão 17. Calcule o volume V do sólido gerado pela rotação em torno do eixo x da região R dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \sqrt{x} \leq y \leq 3\}.$$

- (a) $\frac{16}{5}\pi$;
- (b) $\frac{17}{3}\pi$;
- (c) $\frac{17}{2}\pi$;
- (d) $\frac{16}{3}\pi$;
- (e) $\frac{17}{4}\pi$.

Questão 18. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = e$;
- (c) $L = 0$;
- (d) $L = +\infty$;
- (e) $L = -\infty$.

Questão 19. Qual é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então f é uma primitiva da função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$;
- (b) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt = F(b)$;
- (c) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então $\int_a^b f(t) dt$ é dado pela área da região abaixo do gráfico da f ;
- (d) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função derivável, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é contínua, e $f'(x) = F(x)$ para todo $x \in [a, b]$;
- (e) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua, então a função $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ é derivável, e $F'(x) = f(x)$ para todo $x \in [a, b]$.

Questão 20. Usando o Teorema de De L'Hôpital, determine qual das seguintes afirmações está correta.

- (a) Se $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$,
e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;
- (b) Se $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -3$,
e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;
- (c) Se $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$,
então $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;
- (d) Se $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = 1$,
e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$,
então $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;
- (e) Se $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f''(x)}{g''(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g'(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3$
e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, então $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$.

MAT 133 — Cálculo II
Turma 2014210
Prof. Paolo Piccione
Prova 1 — **A**
17 de Outubro de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas

| | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|
| 1 | a | b | c | d | e |
| 2 | a | b | c | d | e |
| 3 | a | b | c | d | e |
| 4 | a | b | c | d | e |
| 5 | a | b | c | d | e |
| 6 | a | b | c | d | e |
| 7 | a | b | c | d | e |
| 8 | a | b | c | d | e |
| 9 | a | b | c | d | e |
| 10 | a | b | c | d | e |
| 11 | a | b | c | d | e |
| 12 | a | b | c | d | e |
| 13 | a | b | c | d | e |
| 14 | a | b | c | d | e |
| 15 | a | b | c | d | e |
| 16 | a | b | c | d | e |
| 17 | a | b | c | d | e |
| 18 | a | b | c | d | e |
| 19 | a | b | c | d | e |
| 20 | a | b | c | d | e |

Deixe em branco.

| Corretas | Erradas | Nota |
|----------|---------|------|
| | | |