MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova REC

23 de julho de 2015

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Instruções

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *É permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- Para o cálculo da nota final será feita uma média *pesada* entre a nota da primeira avaliação e a nota da REC. A nota da primeira avaliação terá peso 1, e a nota da REC terá peso 2.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais; $\mathbb{R}^2$ é o conjuntos dos pares ordenados de números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x, $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x, $a \in \,]0,1[\bigcup]1,+\infty[$; $\tan x$ é a *tangente* de x; $\sec x$ é a *secante* de x.
- Para intervalos abertos useremos a notação: $]a,b[$.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\mathbf{C}}$

Questão 1. *Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?*

(i) *Se* $x_0 \in\,]a,b[$ *é um ponto crítico da função* $f :]a,b[\to \mathbb{R}$*, que admite derivada primeira e segunda em* $]a,b[$*, e* $f''(x_0) > 0$*, então* x_0 *é um mínimo local para a* f*.*

(ii) *Se* $x_0 \in\,]a,b[$ *é um máximo local para a função derivável*

$$f : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

então $f'(x_0) = 0$*.*

(iii) *Se* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *é contínua, e* $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -\infty$*, então* f *admite máximo.*

(a) Todas;
(b) Somente as afirmações (ii) e (iii);
(c) Nenhuma;
(d) Somente (i) é verdadeira;
(e) Somente as afirmações (i) e (iii).

Questão 2. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = 2\tan x$ *no ponto de coordenadas* $(0,0)$*?*

(a) $y - \pi = 2x$;
(b) $\pi\, y - 2x = 1$;
(c) o gráfico da f não admite reta tangente em $(0,0)$;
(d) $y = 2x$;
(e) $y = x + 2 - \pi$.

Questão 3. *Quais das funções* $F(x)$ *abaixo é uma primitiva da função* $f(x) = 2x - x\cos x$*?*

(a) $F(x) = 2x - x\sin x - x\cos x$;
(b) $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \sin x + x\cos x$;
(c) $F(x) = x^2 - \sin x - x\cos x$;
(d) $F(x) = x^2 - x\sin x - \cos x$;
(e) $F(x) = x\sin x - \cos x + x^2$.

Questão 4. *Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primtiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;

(b) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a,b]$ que satisfaz $F(a) = 0$;

(c) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a,b]$ que satisfaz $F(b) = 0$;

(d) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ é a área da região abaixo do gráfico da f;

(e) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

Questão 5. *Seja $f(x) = 2 - x^3 + 3x^2$. Estude f com relação a máximos e mínimos.*

(a) 1 e 0 são máximos locais;

(b) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global;

(c) 0 e 2 são máximos locais;

(d) 0 e 2 são mínimos locais;

(e) 0 é um mínimo local e 2 é um máximo local.

Questão 6. *Calcule a área da região*

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 3x^8\right\}.$$

(a) $\frac{2}{9}$;

(b) $\frac{2}{5}$;

(c) $\frac{3}{8}$;

(d) 0;

(e) $\frac{1}{3}$.

Questão 7. *Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 1$, $f'(x_0) = 1$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 úm ponto de inflexão para f;

(b) x_0 é um mínimo local da f ;

(c) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;

(d) x_0 não é um ponto crítico da f;

(e) x_0 é um máximo local da f.

Questão 8. *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) < 0$ e $f''(x) < 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?*

(a) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
(b) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
(c) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
(d) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
(e) f tem concavidade para cima..

Questão 9. *Resolva a desigualdade* $|x - 3| + |x + 1| \geq 6$.

(a) $x \in \,]-3, -2[\,\bigcup\,]2, 4[$;
(b) $x \in \,]-3, 0[$;
(c) $x \in [-2, 2[$;
(d) $x \in \,]-\infty, -3] \bigcup [2, +\infty[$;
(e) $x \in \,]-\infty, -2] \bigcup [4, +\infty[$.

Questão 10. *Calcule o limite* $L = \lim_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x}{x + 1} \right)^{3x}$.

(a) $L = +\infty$;
(b) $L = 1$;
(c) $L = \dfrac{1}{e}$;
(d) $L = e^3$;
(e) $L = \dfrac{1}{e^3}$.

Questão 11. *Determine o domínio da função* $f(x) = e^{\sqrt{1+x^2}}$.

(a) $]-\infty, -1[\,\bigcup\,[1, +\infty[$;
(b) $\mathbb{R}$;
(c) $]-\infty, 1[$;
(d) $[-1, 1[$;
(e) $]1, +\infty[$.

Questão 12. *Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite*

$$L = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{\ln(1+x^2)}.$$

(a) $L = -\infty$;
(b) $L = 0$;
(c) $L = \frac{1}{2}$;
(d) $L = -1$;
(e) $L = 1$.

Questão 13. *Calcule a soma* $\sum_{k=1}^{N} 6k$.

(a) $\frac{2}{3}N(N+1)$;
(b) $4N(N+1)$;
(c) $3N(N+1)$;
(d) $2N(N+1)$;
(e) $\frac{3}{2}N(N-1)$.

Questão 14. *Calcule a integral* $\int_1^2 xe^x \, \mathrm{d}x$.

(a) 0;
(b) $1 - e^2$;
(c) e^2;
(d) 1;
(e) $2e^2 - 1$.

Questão 15. *Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = e^{2x}$ *no ponto de absissa* $x = 2$.

(a) $y = 2e^{2x}(x-1)$;
(b) $y = e^{2x}(x-1)$;
(c) $y - e = e^2(x-2)$;
(d) $y = e^4(2x-3)$;
(e) $y = e^4(x-2)$.

Questão 16. *Calcule a derivada da função* $F(x) = \displaystyle\int_1^{3x} \sec^2 t \,\mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = 3\sec^2 x$;
(b) $F'(x) = 2\cos^3 x$;
(c) $F'(x) = 3\sec^2(3x)$;
(d) $F'(x) = \int_1^{3x} 2\cos t \sin t \,\mathrm{d}t$;
(e) $F'(x) = \sec^2(3x)$.

Questão 17. *Calcule o limite* $L = \lim\limits_{n\to\infty} n\sin(2/n)$.

(a) $L = \frac{1}{2}$;
(b) $L = \infty \cdot \sin 0$;
(c) $L = 1$;
(d) $L = 2$;
(e) $L = +\infty$.

Questão 18. *Calcule a área da região* R *dada por:*

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -\pi \le x \le -\tfrac{\pi}{2},\ \sin x \le y \le 0\right\}.$$

(a) 1;
(b) -2;
(c) $\cos 1$;
(d) $-\cos 1$;
(e) 2.

Questão 19. *Calcule a derivada da função inversa* f^{-1} *no punto* y_0*, sabendo que* $y_0 = f(x_0)$*,* $f^{-1}(y_0) = 5$*,* $f'(3) = -2$*,* $f(3) = 5$*,* $f'(5) = -2$.

(a) $\dfrac{x_0}{y_0}$;
(b) $\dfrac{1}{5}$;
(c) $-\dfrac{1}{2}$;
(d) $\dfrac{1}{3}$;
(e) $\dfrac{1}{y_0}$.

Questão 20. *Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função* $f(x) = 1 - e^{-\frac{1}{3}x^2}$ *é para cima:*

(a) $\left]\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right[$;

(b) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;

(c) $]-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}[$;

(d) $]-\infty, -\sqrt{3}[$ e em $]\sqrt{3}, +\infty[$;

(e) $\left]-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right[$ e em $\left]\frac{\sqrt{3}}{2}, +\infty\right[$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova REC

23 de julho de 2015

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\text{C}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota