

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
14 de maio de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

D

Questão 1. Calcule a soma $\sum_{k=1}^N 3k$.

- (a) $\frac{2}{3}N(N+1)$;
- (b) $3N(N+1)$;
- (c) $\frac{3}{2}N(N-1)$;
- (d) $\frac{3}{2}N(N+1)$;
- (e) $2N(N+1)$.

Questão 2. Calcule a derivada da função inversa f^{-1} no ponto y_0 , sabendo que $y_0 = f(x_0)$, $f^{-1}(y_0) = 3$, $f'(3) = -2$, $f(3) = 5$, $f'(5) = 3$.

- (a) $\frac{1}{y_0}$;
- (b) $\frac{1}{5}$;
- (c) $-\frac{1}{2}$;
- (d) $\frac{x_0}{y_0}$;
- (e) $\frac{1}{3}$.

Questão 3. Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{2x}$ no ponto de abscissa $x = 1$.

- (a) $y = e^2x + 1$;
- (b) $y - 1 = e^2(x - 1)$;
- (c) $y = 2e^{2x}(x - 1)$;
- (d) $y = e^{2x}(x - 1)$;
- (e) $y = e^2(2x - 1)$.

Questão 4. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\tan(5x)}$.

- (a) $L = \frac{5}{2}$;
- (b) $L = 0$;
- (c) $L = \frac{2}{5}$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = 2$.

Questão 5. Determine as soluções da equação $3^{x^2-3} - 9^x = 0$.

- (a) $x = 3$ e $x = -1$;
- (b) $x = -3$ e $x = 1$;
- (c) $x = -1$;
- (d) $x = 3$, $x = 2$ e $x = -1$;
- (e) $x = 3$.

Questão 6. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$.

- (a) $L = +\infty$;
- (b) $L = -2$;
- (c) $L = -\infty$;
- (d) o limite não existe;
- (e) $L = 2$.

Questão 7. Calcule a derivada da função $f(x) = \sin^2 x$.

- (a) $f'(x) = -2 \sin x \cos x$;
- (b) $f'(x) = \sin x \cos x$;
- (c) $f'(x) = 2 \sin x \cos x$;
- (d) $f'(x) = -\sin x \cos x$;
- (e) $f'(x) = \cos^2 x$.

Questão 8. Resolva a desigualdade $|x - 2| + |x + 2| < 6$.

- (a) $x \in [-2, 2[$;
- (b) $x \in]-3, 0[$;
- (c) $x \in]-3, 3[$;
- (d) $x \in]-3, -2[\cup]2, 4[$;
- (e) $x \in]-4, -3] \cup [2, 4[$.

Questão 9. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x}$.

- (a) $L = e^2$;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = \frac{1}{e^2}$;
- (e) $L = \frac{1}{e}$.

Questão 10. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = 0$;
- (c) o limite não existe;
- (d) $L = -\infty$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 11. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$.

- (a) $+\infty$;
- (b) $\ln(2)$;
- (c) 2;
- (d) 1;
- (e) $\frac{0}{0}$.

Questão 12. Dada $f(x) = e^{2x}$ e $g(x) = 1 - \cos x$, calcule a composição $h(x) = f(g(x))$.

- (a) $h(x) = \frac{e}{e^{2 \cos x}}$;
- (b) $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$;
- (c) $h(x) = e^{1 - \cos x}$;
- (d) $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$;
- (e) $h(x) = \frac{e^2}{e^{2 \cos x}}$.

Questão 13. Seja \mathcal{A}_n , $n \in \mathbb{N}$, uma família de afirmações. Assuma que \mathcal{A}_5 seja verdadeira, e que se \mathcal{A}_n é verdadeira, então \mathcal{A}_{n+2} também é verdadeira. Qual das seguintes afirmações abaixo é verdadeira?

- (a) \mathcal{A}_{2n+1} é verdadeira para todo $n \geq 2$;
- (b) a afirmação \mathcal{A}_{22} é verdadeira;
- (c) as afirmações \mathcal{A}_n , com $n \geq 5$ são verdadeiras;
- (d) todas as afirmações \mathcal{A}_n são verdadeiras;
- (e) a afirmação \mathcal{A}_3 é verdadeira.

Questão 14. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n}$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = \frac{1}{2}$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = \frac{\cos \infty}{\infty}$;
- (e) $L = 0$.

Questão 15. Calcule o limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{2n+1} - \frac{n^2}{2n-1} \right)$

- (a) $-\frac{1}{2}$;
- (b) $-\infty$;
- (c) $+\infty$;
- (d) 0;
- (e) -1.

Questão 16. Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções deriváveis. Usando os seguintes dados:

$$f(0) = 1, f(2) = -1, f'(0) = \frac{1}{2}, f'(2) = -\frac{1}{3}, \\ g(1) = 0, g(0) = 1, g'(1) = -2, g'(0) = 3,$$

calcule $(f \circ g)'(1)$.

- (a) $\frac{1}{2}$;
- (b) $\frac{2}{3}$;
- (c) -1;
- (d) 1;
- (e) $-\frac{1}{2}$.

Questão 17. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3-x)}{x-2}$.

- (a) $L = \ln 3$;
- (b) $L = \ln 2$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = 0$;
- (e) $L = -1$.

Questão 18. Resolva a equação $2 \log_3 x + \log_9 x = 10$.

- (a) $x = 81$;
- (b) $x = 9^5$;
- (c) $x = 27$;
- (d) $x = 10^9$;
- (e) a equação não admite soluções.

Questão 19. Resolva a desigualdade $|x-3| < 2|x|$.

- (a) $x \in]-\infty, -3[$;
- (b) $x \in]1, +\infty[$;
- (c) $x \in]-\infty, -3[\cup]3, +\infty[$;
- (d) $x \in]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$;
- (e) $x \in]-\infty, -1[\cup]3, +\infty[$.

Questão 20. Assuma que $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$. Usando esta informação, o que podemos concluir sobre a existência e o valor do limite

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} ?$$

- (a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$;
- (b) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$;
- (c) nada;
- (d) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$;
- (e) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
14 de maio de 2015

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **D**

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota