

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1  
14 de maio de 2015

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$  é a função *seno* de  $x$ ,  $\ln x$  é o *logaritmo natural* de  $x$ ;  $\log_a x$  é o *logaritmo em base  $a$*  de  $x$ ,  $a \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .
- Para intervalos abertos usaremos a notação:  $]a, b[$ .
- $A \cup B$  denota a *união* dos conjuntos  $A$  e  $B$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

**B**

**Questão 1.** Resolva a equação  $2 \log_3 x + \log_9 x = 10$ .

- (a)  $x = 27$ ;
- (b)  $x = 81$ ;
- (c)  $x = 9^5$ ;
- (d) a equação não admite soluções;
- (e)  $x = 10^9$ .

**Questão 2.** Calcule a derivada da função  $f(x) = \sin^2 x$ .

- (a)  $f'(x) = -\sin x \cos x$ ;
- (b)  $f'(x) = \cos^2 x$ ;
- (c)  $f'(x) = \sin x \cos x$ ;
- (d)  $f'(x) = -2 \sin x \cos x$ ;
- (e)  $f'(x) = 2 \sin x \cos x$ .

**Questão 3.** Calcule o limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2}{2n+1} - \frac{n^2}{2n-1} \right)$

- (a) 0;
- (b)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (c) -1;
- (d)  $-\infty$ ;
- (e)  $+\infty$ .

**Questão 4.** Calcule a soma  $\sum_{k=1}^N 3k$ .

- (a)  $2N(N+1)$ ;
- (b)  $3N(N+1)$ ;
- (c)  $\frac{3}{2}N(N-1)$ ;
- (d)  $\frac{3}{2}N(N+1)$ ;
- (e)  $\frac{2}{3}N(N+1)$ .

**Questão 5.** Determine as soluções da equação  $3^{x^2-3} - 9^x = 0$ .

- (a)  $x = -1$ ;
- (b)  $x = 3$ ,  $x = 2$  e  $x = -1$ ;
- (c)  $x = -3$  e  $x = 1$ ;
- (d)  $x = 3$  e  $x = -1$ ;
- (e)  $x = 3$ .

**Questão 6.** Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$ .

- (a) 1;
- (b)  $+\infty$ ;
- (c)  $\ln(2)$ ;
- (d) 2;
- (e)  $\frac{0}{0}$ .

**Questão 7.** Assuma que  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ . Usando esta informação, o que podemos concluir sobre a existência e o valor do limite  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ ?

- (a)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ ;
- (b)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$ ;
- (c)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ ;
- (d)  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ ;
- (e) nada.

**Questão 8.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = -\infty$ ;
- (c)  $L = 2$ ;
- (d) o limite não existe;
- (e)  $L = -2$ .

**Questão 9.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3 - x)}{x - 2}$ .

- (a)  $L = \ln 3$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = 0$ ;
- (d)  $L = -1$ ;
- (e)  $L = \ln 2$ .

**Questão 10.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\tan(5x)}$ .

- (a)  $L = \frac{5}{2}$ ;
- (b)  $L = \frac{2}{5}$ ;
- (c)  $L = 2$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 11.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = \frac{1}{e}$ ;
- (c)  $L = e^2$ ;
- (d)  $L = 1$ ;
- (e)  $L = \frac{1}{e^2}$ .

**Questão 12.** Dada  $f(x) = e^{2x}$  e  $g(x) = 1 - \cos x$ , calcule a composição  $h(x) = f(g(x))$ .

- (a)  $h(x) = \frac{e}{e^{2 \cos x}}$ ;
- (b)  $h(x) = e^{1 - \cos x}$ ;
- (c)  $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$ ;
- (d)  $h(x) = \frac{e^2}{e^{2 \cos x}}$ ;
- (e)  $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$ .

**Questão 13.** Resolva a desigualdade  $|x - 3| < 2|x|$ .

- (a)  $x \in ]-\infty, -3[ \cup ]1, +\infty[$ ;
- (b)  $x \in ]1, +\infty[$ ;
- (c)  $x \in ]-\infty, -3[$ ;
- (d)  $x \in ]-\infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$ ;
- (e)  $x \in ]-\infty, -3[ \cup ]3, +\infty[$ .

**Questão 14.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ .

- (a)  $L = -\infty$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c) o limite não existe;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 15.** Calcule a derivada da função inversa  $f^{-1}$  no ponto  $y_0$ , sabendo que  $y_0 = f(x_0)$ ,  $f^{-1}(y_0) = 3$ ,  $f'(3) = -2$ ,  $f(3) = 5$ ,  $f'(5) = 3$ .

- (a)  $\frac{1}{3}$ ;
- (b)  $\frac{x_0}{y_0}$ ;
- (c)  $\frac{1}{5}$ ;
- (d)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $\frac{1}{y_0}$ .

**Questão 16.** Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = e^{2x}$  no ponto de abscissa  $x = 1$ .

- (a)  $y = e^2(2x - 1)$ ;
- (b)  $y = e^2x + 1$ ;
- (c)  $y = 2e^{2x}(x - 1)$ ;
- (d)  $y - 1 = e^2(x - 1)$ ;
- (e)  $y = e^{2x}(x - 1)$ .

**Questão 17.** Resolva a desigualdade  $|x - 2| + |x + 2| < 6$ .

- (a)  $x \in [-2, 2[$ ;
- (b)  $x \in ]-3, -2[ \cup ]2, 4[$ ;
- (c)  $x \in ]-3, 3[$ ;
- (d)  $x \in ]-3, 0[$ ;
- (e)  $x \in ]-4, -3] \cup [2, 4[$ .

**Questão 18.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = 0$ ;
- (c)  $L = \frac{1}{2}$ ;
- (d)  $L = \frac{\cos \infty}{\infty}$ ;
- (e)  $L = 1$ .

**Questão 19.** Seja  $\mathcal{A}_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , uma família de afirmações. Assuma que  $\mathcal{A}_5$  seja verdadeira, e que se  $\mathcal{A}_n$  é verdadeira, então  $\mathcal{A}_{n+2}$  também é verdadeira. Qual das seguintes afirmações abaixo é verdadeira?

- (a) todas as afirmações  $\mathcal{A}_n$  são verdadeiras;
- (b) as afirmações  $\mathcal{A}_n$ , com  $n \geq 5$  são verdadeiras;
- (c)  $\mathcal{A}_{2n+1}$  é verdadeira para todo  $n \geq 2$ ;
- (d) a afirmação  $\mathcal{A}_{22}$  é verdadeira;
- (e) a afirmação  $\mathcal{A}_3$  é verdadeira.

**Questão 20.** Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funções deriváveis. Usando os seguintes dados:

$$f(0) = 1, \quad f(2) = -1, \quad f'(0) = \frac{1}{2}, \quad f'(2) = -\frac{1}{3},$$
$$g(1) = 0, \quad g(0) = 1, \quad g'(1) = -2, \quad g'(0) = 3,$$

calcule  $(f \circ g)'(1)$ .

- (a)  $-1$ ;
- (b)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (c)  $\frac{1}{2}$ ;
- (d)  $\frac{2}{3}$ ;
- (e)  $1$ .

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1  
14 de maio de 2015

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** **B**

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>