MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova 2

25 de junho de 2015

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- Esta prova tem peso $\mathbf{\frac{3}{2}}$ no cálculo da média final.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x, $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x, $a \in]0,1[\bigcup]1,+\infty[$.
- Para intervalos abertos useremos a notação: $]a,b[$.
- $A\bigcup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

B

Questão 1. *Seja* $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$. *Estude* f *com relação a máximos e mínimos.*

(a) 0 é um máximo local e 2 é um mínimo local;
(b) 0 e 2 são mínimos locais;
(c) 1 e 0 são máximos locais;
(d) 0 é um máximo local e 2 um mínimo global;
(e) 0 e 2 são máximos locais.

Questão 2. *Se* $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ *é uma função tal que* $f'(x) < 0$ *e* $f''(x) > 0$ *para todo* $x \in [a, b]$. *Qual das seguintes afirmações sobre a* f *é verdadeira?*

(a) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
(b) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
(c) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
(d) $f(x) = e^{-x}$;
(e) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$.

Questão 3. *Calcule uma primitiva* $F(x)$ *da função* $f(x) = x \sin x$.

(a) $F(x) = \sin x + x \cos x$;
(b) $F(x) = x \sin x - \cos x$;
(c) $F(x) = \sin x - x \cos x$;
(d) $F(x) = x \sin x + x \cos x$;
(e) $F(x) = -\sin x - x \cos x$.

Questão 4. *Calcule a área da região*

$$R = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq x^5\right\}.$$

(a) 0;
(b) 4;
(c) $\frac{2}{5}$;
(d) 5;
(e) $\frac{1}{5}$.

Questão 5. *Calcule a derivada da função* $F(x) = \displaystyle\int_1^{2x} \cos^2 t \, \mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = \cos^2(2x)$;
(b) $F'(x) = 2\sin^2 x$;
(c) $F'(x) = \int_1^{2x} 2\cos t \sin t \, \mathrm{d}t$;
(d) $F'(x) = 2\cos^2(2x)$;
(e) $F'(x) = 2\cos^2 x$.

Questão 6. *Quanto vale o limite* $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x}$ *?*

(a) 0;
(b) $+\infty$;
(c) 1;
(d) o limite não existe;
(e) $-\infty$.

Questão 7. *Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função* $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ *é para cima:*

(a) $]-\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
(b) $]-\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
(c) $]0, +\infty[$;
(d) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;
(e) $]-1, 1[$.

Questão 8. *Usando o Teorema de De L'Hôpital, calcular o limite*

$$L = \lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{\sin^2 x}.$$

(a) $L = 1$;
(b) $L = \frac{1}{2}$;
(c) $L = 0$;
(d) $L = -\infty$;
(e) $L = -1$.

Questão 9. *Calcule a área da região R dada por:*

$$R = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi, \ -\sin x \leq y \leq 0 \right\}.$$

(a) -2;
(b) $\cos 1$;
(c) $-\cos 1$;
(d) 2;
(e) 1.

Questão 10. *Determine o domínio da função $f(x) = \ln(1-x)\sqrt{1+x}$.*

(a) $]-\infty, -1[\bigcup [1, +\infty[$;
(b) $[-1, 1]$;
(c) $]-\infty, 1[$;
(d) $]1, +\infty[$;
(e) $[-1, 1[$.

Questão 11. *Calcule a integral $\int_0^1 xe^x \, \mathrm{d}x$.*

(a) $1 - e^2$;
(b) 0;
(c) 1;
(d) $2e^2$;
(e) $e^2 + 1$.

Questão 12. *Quais das afirmações abaixo são verdadeiras?*

(i) *Todo ponto crítico de uma função derivável é um extremo local.*
(ii) *Se $x_0 \in]a, b[$ é um máximo local para a função derivável*

$$f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R},$$

então $f'(x_0) = 0$.
(iii) *Se $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é contínua, e $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$, então f admite mínimo.*

(a) Somente (i) é verdadeira;
(b) Nenhuma;
(c) As afirmações (i) e (iii);
(d) As afirmações (ii) e (iii);
(e) Todas.

Questão 13. *Considere a função $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$. Determine os pontos de inflexão da f:*

(a) $\frac{1}{2}$;
(b) 0;
(c) $\frac{1}{3}$;
(d) $-\frac{1}{3}$;
(e) $\frac{2}{3}$.

Questão 14. *Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 3$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 úm ponto de inflexão para f;
(b) x_0 não é um ponto crítico da f;
(c) x_0 é um máximo local da f;
(d) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
(e) x_0 é um mínimo local da f.

Questão 15. *No intervalo $]-1, 0[$, qual é o comportamento da função $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^2}$?*

(a) tem concavidade para baixo;
(b) a função não está definida em todo o intervalo;
(c) crescente;
(d) constante;
(e) decrescente.

Questão 16. *Determine os pontos de inflexão da função $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$:*

(a) $\frac{1}{2}$;
(b) 1 e 0;
(c) não há, pois $e^{-\frac{1}{2}x^2} > 0$, para qualquer x;
(d) 0;
(e) ± 1.

Questão 17. *Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;

(b) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t$ é a área da região abaixo do gráfico da f;

(c) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(a) = 0$;

(d) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primtiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$;

(e) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ é a primitiva de f em $[a, b]$ que satisfaz $F(b) = 0$.

Questão 18. *Determine uma primitiva $F(x)$ da função $f(x) = x^2 - x + 1$.*

(a) $F(x) = x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + 2$;

(b) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 2$;

(c) $F(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x - 1$;

(d) $F(x) = 2x - 1$;

(e) $F(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$.

Questão 19. *Qual é a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = \tan x$ no ponto de coordenadas $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$?*

(a) $y = 2x + 1 - \frac{\pi}{2}$;

(b) $\pi\, y - 2x = 1$;

(c) $y = x + 2 - \frac{\pi}{2}$;

(d) $y - \frac{\pi}{4} = x - 1$;

(e) o gráfico da f não admite reta tangente em $\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$.

Questão 20. *Qual é a derivada segunda da função $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$?*

(a) f não admite derivada segunda;

(b) $f''(x) = \dfrac{3\ln x - 2}{x^3}$;

(c) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^4}$;

(d) $f''(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$;

(e) $f''(x) = \dfrac{2\ln x - 3}{x^3}$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 2
25 de junho de 2015

Nome: ______________________________

Número USP: ______________________________

Assinatura: ______________________________

Folha de Respostas $\boxed{\text{B}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**