MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

10 de julho de 2014

Nome: ____

Número USP: ______________________________________

Assinatura: _______________________________________

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\mathbf{\frac{1}{2}}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de* $\mathbf{\frac{1}{10}}$ *de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- A nota da SUB substituirà a menor das notas entre a P1 e a P2 no cálculo da média final.
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- $\mathbb{R}$ denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x, $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x; $\log_a x$ é o logaritmo em base a de x, $a \in]0,1[\bigcup]1,+\infty[$.
- Para intervalos abertos useremos a notação: $]a,b[$.
- $A \bigcup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B.

NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!

$\boxed{\mathbf{D}}$

Questão 1. *Calcule a área da região R dada por:*

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi,\ -\sin x \leq y \leq 0\}.$$

(a) 1;
(b) -2;
(c) $\cos 2$;
(d) $-\cos 2$;
(e) 2.

Questão 2. *Determine o domínio da função* $f(x) = \dfrac{\ln(1-x)}{\sqrt{1+x}}$.

(a) $]-1, 1[$;
(b) $]-\infty, 1[$;
(c) $]1, +\infty[$;
(d) $[-1, 1]$;
(e) $]-\infty, -1[\bigcup[1, +\infty[$.

Questão 3. *Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ é uma função tal que $f'(x) < 0$ e $f''(x) < 0$ para todo $x \in [a, b]$. Qual das seguintes afirmações sobre a f é verdadeira?*

(a) f é decrescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
(b) $f(x) = e^{-x}$;
(c) f é decrescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$;
(d) f é crescente e com concavidade para cima em $[a, b]$;
(e) f é crescente e com concavidade para baixo em $[a, b]$.

Questão 4. *Calcule o limite* $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2}$.

(a) 1;
(b) 0;
(c) $+\infty$;
(d) o limite não existe;
(e) $-\infty$.

Questão 5. *Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função* $f(x) = e^{2x}$ *no ponto de absissa* $x = 1$.

(a) $y = e^{2x}(x-1)$;
(b) $y = e^2(2x-1)$;
(c) $y - 1 = e^2(x-1)$;
(d) $y = e^2 x + 1$;
(e) $y = 2e^{2x}(x-1)$.

Questão 6. *Calcule a integral* $\int_0^2 xe^x \, \mathrm{d}x$.

(a) $e^2 - 1$;
(b) $2e^2$;
(c) 0;
(d) $e^2 + 1$;
(e) $1 - e^2$.

Questão 7. *Qual é o comportamento da função* $f(x) = \dfrac{x^4+1}{x^2}$ *no intervalo* $]0,1[$*?*

(a) constante;
(b) tem concavidade para baixo;
(c) crescente;
(d) decrescente;
(e) a função não está definida em todo o intervalo.

Questão 8. *Resolva a desigualdade* $|2-x| + |x+2| < 6$.

(a) $x \in [-2, 2[$;
(b) $x \in]-3, 3[$;
(c) $x \in]-3, 0[$;
(d) $x \in]-3, -2[\bigcup]2, 4[$;
(e) $x \in]-4, -3] \bigcup [2, 4[$.

Questão 9. *Considere a função* $f(x) = x^2e^x + x$. *Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:*

(a) existe $c \in \,]0, 1[$ tal que $f'(c) = 0$;
(b) existe $c \in [0, 1]$ tal que $f(c) = 4$;
(c) f admite máximo e mínimo em $\mathbb{R}$;
(d) existe $c \in \,]0, 1[$ tal que $f'(c) = e + 1$;
(e) f é decrescente em $[0, 1]$.

Questão 10. *Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função* $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ *é para baixo:*

(a) $]0, +\infty[$;
(b) $]-\infty, -1[$ e em $]1, +\infty[$;
(c) $]-\infty, 1[$ e em $]1, +\infty[$;
(d) $\mathbb{R}$, pois a função exponencial é crescente;
(e) $]-1, 1[$.

Questão 11. *Calcule a soma* $\sum_{k=1}^{N} 4k$.

(a) $\frac{1}{2}N(N + 1)$;
(b) $2N(N + 1)$;
(c) $\frac{3}{2}N(N - 1)$;
(d) $\frac{2}{3}N(N + 1)$;
(e) $3N(N + 1)$.

Questão 12. *Calcule a derivada da função inversa* f^{-1} *no punto* y_0, *sabendo que* $y_0 = f(x_0)$, $f^{-1}(y_0) = 3$, $f'(3) = -2$, $f(3) = 5$, $f'(5) = 3$.

(a) $\dfrac{x_0}{y_0}$;
(b) $\dfrac{1}{y_0}$;
(c) $\dfrac{1}{3}$;
(d) $-\dfrac{1}{2}$;
(e) $\dfrac{1}{5}$.

Questão 13. *Determine o ponto $x_0 \in [-1,3]$ onde a função $f(x) = x(1-x^2)$ atinge seu mínimo no intervalo $[-1,3]$.*

(a) $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$;
(b) $x_0 = 3$;
(c) $x_0 = -1$;
(d) $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;
(e) f não admite máximo.

Questão 14. *Seja $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja $x_0 \in \mathbb{R}$ um ponto onde $f(x_0) = 0$, $f'(x_0) = 3$, $f''(x_0) = 3$. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?*

(a) x_0 é um máximo local da f;
(b) x_0 não é um ponto crítico da f;
(c) $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$;
(d) x_0 úm ponto de inflexão para f;
(e) x_0 é um mínimo local da f.

Questão 15. *Calcule o limite* $L = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2 - 5x + 7}{x^2 - 1}$.

(a) $L = -2$;
(b) o limite não existe;
(c) $L = +\infty$;
(d) $L = -\infty$;
(e) $L = 2$.

Questão 16. *Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

(a) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ é uma primitiva de f em $[a,b]$ que satisfaz $F(b) = 0$;
(b) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é derivável, então $\int_a^b f(t)\,dt$ é a área da região abaixo do gráfico da f;
(c) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $f'(x) = \int_a^x f(t)\,dt$;
(d) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então f é uma primtiva da função F definida por $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$;
(e) Se $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, então $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$ é uma primitiva de f em $[a,b]$ que satisfaz $F(a) = 0$.

Questão 17. *Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função* $f(x) = \dfrac{\cos x}{x}$.

(a) $y = 1$;
(b) $x = 1$;
(c) o gráfico não admite nenhum assíntota;
(d) somente $y = 0$;
(e) $x = 0$ e $y = 0$.

Questão 18. *Determine a derivada da função* $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5 t \, \mathrm{d}t$.

(a) $F'(x) = 5 \int_0^{2x} \cos^2 t \, \mathrm{d}t$;
(b) $F'(x) = 5 \cos^4(2x) \sin(2x)$;
(c) $F'(x) = 5 \cos^4(2x)$;
(d) $F'(x) = \cos^5(2x)$;
(e) $F'(x) = 2 \cos^5(2x)$.

Questão 19. *Qual é a derivada segunda da função* $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$*?*

(a) $f''(x) = \dfrac{3 \ln x - 2}{x^3}$;
(b) $f''(x) = \dfrac{2 \ln x - 3}{x^3}$;
(c) $f''(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$;
(d) f não admite derivada segunda;
(e) $f''(x) = \dfrac{2 \ln x - 3}{x^4}$.

Questão 20. *Considere a função* $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$. *Qual dos seguintes é um ponto de inflexão da* f*?*

(a) $\frac{2}{3}$;
(b) 0;
(c) $\frac{1}{2}$;
(d) $\frac{1}{3}$;
(e) $-\frac{1}{3}$.

MAT 111

Cálculo Diferencial e Integral I

Prof. Paolo Piccione

Prova SUB

10 de julho de 2014

Nome: ____

Número USP: ____

Assinatura: ____

Folha de Respostas $\boxed{\textbf{D}}$

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	**Erradas**	**Nota**