

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB  
10 de julho de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10 pontos**; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto (0.10).*
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- A nota da SUB substituirá a menor das notas entre a P1 e a P2 no cálculo da média final.
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$  é a função *seno* de  $x$ ,  $\ln x$  é o *logaritmo natural* de  $x$ ;  $\log_a x$  é o *logaritmo em base  $a$*  de  $x$ ,  $a \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .
- Para intervalos abertos usaremos a notação:  $]a, b[$ .
- $A \cup B$  denota a *união* dos conjuntos  $A$  e  $B$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**



**Questão 1.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{x^2 - 1}$ .

- (a)  $L = +\infty$ ;
- (b)  $L = 2$ ;
- (c) o limite não existe;
- (d)  $L = -\infty$ ;
- (e)  $L = -2$ .

**Questão 2.** Calcule a área da região  $R$  dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, -\sin x \leq y \leq 0\}.$$

- (a)  $-2$ ;
- (b)  $\cos 2$ ;
- (c)  $2$ ;
- (d)  $1$ ;
- (e)  $-\cos 2$ .

**Questão 3.** Calcule a derivada da função inversa  $f^{-1}$  no ponto  $y_0$ , sabendo que  $y_0 = f(x_0)$ ,  $f^{-1}(y_0) = 3$ ,  $f'(3) = -2$ ,  $f(3) = 5$ ,  $f'(5) = 3$ .

- (a)  $\frac{1}{3}$ ;
- (b)  $\frac{1}{y_0}$ ;
- (c)  $\frac{1}{5}$ ;
- (d)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $\frac{x_0}{y_0}$ .

**Questão 4.** Qual dos seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é uma primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(a) = 0$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  é uma primitiva da função  $F$  definida por  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é uma primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(b) = 0$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável, então  $\int_a^b f(t) dt$  é a área da região abaixo do gráfico da  $f$ .

**Questão 5.** Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$  é para baixo:

- (a)  $]0, +\infty[$ ;
- (b)  $\mathbb{R}$ , pois a função exponencial é crescente;
- (c)  $] -\infty, 1[$  e em  $]1, +\infty[$ ;
- (d)  $] -\infty, -1[$  e em  $]1, +\infty[$ ;
- (e)  $] -1, 1[$ .

**Questão 6.** Calcule a soma  $\sum_{k=1}^N 4k$ .

- (a)  $3N(N + 1)$ ;
- (b)  $\frac{1}{2}N(N + 1)$ ;
- (c)  $2N(N + 1)$ ;
- (d)  $\frac{3}{2}N(N - 1)$ ;
- (e)  $\frac{2}{3}N(N + 1)$ .

**Questão 7.** Determine a derivada da função  $F(x) = \int_0^{2x} \cos^5 t dt$ .

- (a)  $F'(x) = 5 \int_0^{2x} \cos^2 t dt$ ;
- (b)  $F'(x) = \cos^5(2x)$ ;
- (c)  $F'(x) = 2 \cos^5(2x)$ ;
- (d)  $F'(x) = 5 \cos^4(2x) \sin(2x)$ ;
- (e)  $F'(x) = 5 \cos^4(2x)$ .

**Questão 8.** Qual é o comportamento da função  $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^2}$  no intervalo  $]0, 1[$ ?

- (a) crescente;
- (b) tem concavidade para baixo;
- (c) decrescente;
- (d) a função não está definida em todo o intervalo;
- (e) constante.

**Questão 9.** Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função  $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ .

- (a)  $y = 1$ ;
- (b)  $x = 0$  e  $y = 0$ ;
- (c)  $x = 1$ ;
- (d) o gráfico não admite nenhum assíntota;
- (e) somente  $y = 0$ .

**Questão 10.** Resolva a desigualdade  $|2 - x| + |x + 2| < 6$ .

- (a)  $x \in ]-3, -2[ \cup ]2, 4[$ ;
- (b)  $x \in [-2, 2[$ ;
- (c)  $x \in ]-3, 0[$ ;
- (d)  $x \in ]-4, -3] \cup [2, 4[$ ;
- (e)  $x \in ]-3, 3[$ .

**Questão 11.** Determine o domínio da função  $f(x) = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{1+x}}$ .

- (a)  $] -1, 1[$ ;
- (b)  $] 1, +\infty[$ ;
- (c)  $] -\infty, 1[$ ;
- (d)  $[-1, 1[$ ;
- (e)  $] -\infty, -1[ \cup [1, +\infty[$ .

**Questão 12.** Determine o ponto  $x_0 \in [-1, 3]$  onde a função  $f(x) = x(1-x^2)$  atinge seu mínimo no intervalo  $[-1, 3]$ .

- (a)  $x_0 = 3$ ;
- (b)  $f$  não admite máximo;
- (c)  $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;
- (d)  $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;
- (e)  $x_0 = -1$ .

**Questão 13.** Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = e^{2x}$  no ponto de abscissa  $x = 1$ .

- (a)  $y = e^2(2x - 1)$ ;
- (b)  $y = 2e^{2x}(x - 1)$ ;
- (c)  $y = e^2x + 1$ ;
- (d)  $y = e^{2x}(x - 1)$ ;
- (e)  $y - 1 = e^2(x - 1)$ .

**Questão 14.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja  $x_0 \in \mathbb{R}$  um ponto onde  $f(x_0) = 0$ ,  $f'(x_0) = 3$ ,  $f''(x_0) = 3$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$ ;
- (b)  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ ;
- (c)  $x_0$  é um máximo local da  $f$ ;
- (d)  $x_0$  um ponto de inflexão para  $f$ ;
- (e)  $x_0$  não é um ponto crítico da  $f$ .

**Questão 15.** Calcule a integral  $\int_0^2 xe^x dx$ .

- (a)  $2e^2$ ;
- (b)  $1 - e^2$ ;
- (c)  $0$ ;
- (d)  $e^2 - 1$ ;
- (e)  $e^2 + 1$ .

**Questão 16.** Qual é a derivada segunda da função  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ ?

(a)  $f$  não admite derivada segunda;

(b)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$ ;

(c)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ ;

(d)  $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ ;

(e)  $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$ .

**Questão 17.** Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}$ .

(a) 1;

(b) 0;

(c)  $-\infty$ ;

(d)  $+\infty$ ;

(e) o limite não existe.

**Questão 18.** Considere a função  $f(x) = -x^3 - x^2 + x + 1$ . Qual dos seguintes é um ponto de inflexão da  $f$ ?

(a) 0;

(b)  $\frac{1}{2}$ ;

(c)  $\frac{2}{3}$ ;

(d)  $-\frac{1}{3}$ ;

(e)  $\frac{1}{3}$ .

**Questão 19.** Considere a função  $f(x) = x^2 e^x + x$ . Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:

(a) existe  $c \in ]0, 1[$  tal que  $f'(c) = e + 1$ ;

(b)  $f$  admite máximo e mínimo em  $\mathbb{R}$ ;

(c) existe  $c \in [0, 1]$  tal que  $f(c) = 4$ ;

(d) existe  $c \in ]0, 1[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;

(e)  $f$  é decrescente em  $[0, 1]$ .

**Questão 20.** Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função tal que  $f'(x) < 0$  e  $f''(x) < 0$  para todo  $x \in [a, b]$ . Qual das seguintes afirmações sobre a  $f$  é verdadeira?

- (a)  $f$  é crescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (b)  $f$  é crescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ ;
- (c)  $f$  é decrescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (d)  $f(x) = e^{-x}$ ;
- (e)  $f$  é decrescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ .

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova SUB  
10 de julho de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** C

|           |   |   |   |   |   |
|-----------|---|---|---|---|---|
| <b>1</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>2</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>3</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>4</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>5</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>6</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>7</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>8</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>9</b>  | a | b | c | d | e |
| <b>10</b> | a | b | c | d | e |
| <b>11</b> | a | b | c | d | e |
| <b>12</b> | a | b | c | d | e |
| <b>13</b> | a | b | c | d | e |
| <b>14</b> | a | b | c | d | e |
| <b>15</b> | a | b | c | d | e |
| <b>16</b> | a | b | c | d | e |
| <b>17</b> | a | b | c | d | e |
| <b>18</b> | a | b | c | d | e |
| <b>19</b> | a | b | c | d | e |
| <b>20</b> | a | b | c | d | e |

**Deixe em branco.**

| <b>Corretas</b> | <b>Erradas</b> | <b>Nota</b> |
|-----------------|----------------|-------------|
|                 |                |             |