

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova REC  
23 de julho de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **uma hora e quarenta minutos**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- A nota da segunda avaliação será obtida como média entre a nota da REC e a nota da primeira avaliação.
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$  é a função *seno* de  $x$ ,  $\ln x$  é o *logaritmo natural* de  $x$ ;  $\log_a x$  é o *logaritmo em base  $a$*  de  $x$ ,  $a \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .
- Para intervalos abertos usaremos a notação:  $]a, b[$ .
- $A \cup B$  denota a *união* dos conjuntos  $A$  e  $B$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

**B**

**Questão 1.** *Qual das seguintes é o enunciado correto do Teorema Fundamental do Cálculo Integral?*

- (a) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f$  é uma primitiva da função  $F$  definida por  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (b) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é uma primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(b) = 0$ ;
- (c) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $f'(x) = \int_a^x f(t) dt$ ;
- (d) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua, então  $F(x) = \int_a^x f(t) dt$  é uma primitiva de  $f$  em  $[a, b]$  que satisfaz  $F(a) = 0$ ;
- (e) Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é derivável, então  $\int_a^b f(t) dt$  é a área da região abaixo do gráfico da  $f$ .

**Questão 2.** *Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^3}$ .*

- (a)  $+\infty$ ;
- (b) o limite não existe;
- (c) 0;
- (d) 1;
- (e)  $-\infty$ .

**Questão 3.** *Resolva a desigualdade  $|x - 2| + |x + 2| < 8$ .*

- (a)  $x \in [-2, 2[$ ;
- (b)  $x \in ]-3, 0[$ ;
- (c)  $x \in ]-3, -2[ \cup ]2, 4[$ ;
- (d)  $x \in ]-4, -3[ \cup ]2, 4[$ ;
- (e)  $x \in ]-4, 4[$ .

**Questão 4.** *Se  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função tal que  $f'(x) < 0$  e  $f''(x) > 0$  para todo  $x \in [a, b]$ . Qual das seguintes afirmações sobre a  $f$  é verdadeira?*

- (a)  $f$  é crescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ ;
- (b)  $f(x) = e^{-x}$ ;
- (c)  $f$  é decrescente e com concavidade para baixo em  $[a, b]$ ;
- (d)  $f$  é decrescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ ;
- (e)  $f$  é crescente e com concavidade para cima em  $[a, b]$ .

**Questão 5.** Determine a derivada da função  $F(x) = \int_0^x \cos^5 t \, dt$ .

- (a)  $F'(x) = 5 \cos^4(2x) \sin(2x)$ ;
- (b)  $F'(x) = 5 \cos^4(2x)$ ;
- (c)  $F'(x) = \cos^5(2x)$ ;
- (d)  $F'(x) = 2 \cos^5(2x)$ ;
- (e)  $F'(x) = 5 \int_0^{2x} \cos^2 t \, dt$ .

**Questão 6.** Considere a função  $f(x) = -x^3 - x^2 + x - 3$ . Qual dos seguintes é um ponto de inflexão da  $f$ ?

- (a)  $\frac{2}{3}$ ;
- (b)  $\frac{1}{2}$ ;
- (c)  $\frac{1}{3}$ ;
- (d) 0;
- (e)  $-\frac{1}{3}$ .

**Questão 7.** Considere a função  $f(x) = x^2 e^x + x$ . Usando o Teorema de Lagrange, podemos concluir que:

- (a)  $f$  é decrescente em  $[0, 2]$ ;
- (b) existe  $c \in ]0, 2[$  tal que  $f'(c) = 0$ ;
- (c) existe  $c \in [0, 2]$  tal que  $f'(c) = 5 - e$ ;
- (d)  $f$  admite máximo e mínimo em  $\mathbb{R}$ ;
- (e) existe  $c \in ]0, 2[$  tal que  $f'(c) = 2e^2 + 1$ .

**Questão 8.** Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função que admite derivadas primeira e segunda, e seja  $x_0 \in \mathbb{R}$  um ponto onde  $f(x_0) = 0$ ,  $f'(x_0) = 0$ ,  $f''(x_0) = 3$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a)  $x_0$  um ponto de inflexão para  $f$ ;
- (b)  $x_0$  é um máximo local da  $f$ ;
- (c)  $f(x) = 4 + (x - x_0)^2$ ;
- (d)  $x_0$  não é um ponto crítico da  $f$ ;
- (e)  $x_0$  é um mínimo local da  $f$ .

**Questão 9.** Calcule a derivada da função inversa  $f^{-1}$  no ponto  $y_0$ , sabendo que  $y_0 = f(x_0)$ ,  $f^{-1}(y_0) = 3$ ,  $f'(3) = -3$ ,  $f(3) = 5$ ,  $f'(5) = 2$ .

- (a)  $\frac{1}{y_0}$ ;
- (b)  $-\frac{1}{3}$ ;
- (c)  $\frac{1}{5}$ ;
- (d)  $\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $\frac{x_0}{y_0}$ .

**Questão 10.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$ .

- (a) o limite não existe;
- (b)  $L = -2$ ;
- (c)  $L = +\infty$ ;
- (d)  $L = 2$ ;
- (e)  $L = -\infty$ .

**Questão 11.** Determine o(s) intervalo(s) onde a concavidade da função  $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$  é para cima:

- (a)  $] -1, 1[$  ;
- (b)  $] 0, +\infty[$ ;
- (c)  $] -\infty, -1[$  e em  $] 1, +\infty[$ ;
- (d)  $] -\infty, 1[$  e em  $] 1, +\infty[$ ;
- (e)  $\mathbb{R}$ , pois a função exponencial é crescente.

**Questão 12.** Qual é o comportamento da função  $f(x) = -\frac{x^4 + 1}{x^2}$  no intervalo  $] 0, 1[$ ?

- (a) decrescente;
- (b) constante;
- (c) a função não está definida em todo o intervalo;
- (d) crescente;
- (e) tem concavidade para cima.

**Questão 13.** Determine o domínio da função  $f(x) = \ln(1 - x) \sqrt{1 + x}$ .

- (a)  $]1, +\infty[$ ;
- (b)  $[-1, 1[$ ;
- (c)  $] -\infty, 1[$ ;
- (d)  $] -\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$ ;
- (e)  $[-1, 1]$ .

**Questão 14.** Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = e^x$  no ponto de abscissa  $x = 2$ .

- (a)  $y = 2e^{2x}(x - 1)$ ;
- (b)  $y = e^2x + 1$ ;
- (c)  $y = e^{2x}(x - 1)$ ;
- (d)  $y = e^2(x - 1)$ ;
- (e)  $y - 1 = e^2(x - 1)$ .

**Questão 15.** Calcule a soma  $\sum_{k=1}^N 6k$ .

- (a)  $\frac{1}{2}N(N + 1)$ ;
- (b)  $3N(N + 1)$ ;
- (c)  $\frac{2}{3}N(N + 1)$ ;
- (d)  $\frac{3}{2}N(N - 1)$ ;
- (e)  $2N(N + 1)$ .

**Questão 16.** Determine qual das seguintes retas é uma assíntota do gráfico da função  $f(x) = e^{-x}$ .

- (a) o gráfico não admite nenhuma assíntota;
- (b)  $y = 1$ ;
- (c)  $x = 0$  e  $y = 0$ ;
- (d)  $x = 1$ ;
- (e) somente  $y = 0$ .

**Questão 17.** Calcule a integral  $\int_1^2 xe^x dx$ .

- (a)  $1 - e^2$ ;
- (b)  $e^2 - 1$ ;
- (c)  $e^2$ ;
- (d)  $0$ ;
- (e)  $2e^2$ .

**Questão 18.** Determine o ponto  $x_0 \in [-1, 3]$  onde a função

$$f(x) = 2x(1 - x^2)$$

atinge seu mínimo no intervalo  $[-1, 3]$ .

- (a)  $x_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;
- (b)  $x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;
- (c)  $f$  não admite máximo;
- (d)  $x_0 = -1$ ;
- (e)  $x_0 = 3$ .

**Questão 19.** Qual é a derivada segunda da função  $f(x) = x + \frac{\ln x}{x}$ ?

- (a)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^4}$ ;
- (b)  $f$  não admite derivada segunda;
- (c)  $f''(x) = \frac{3 \ln x - 2}{x^3}$ ;
- (d)  $f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3}$ ;
- (e)  $f''(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ .

**Questão 20.** Calcule a área da região  $R$  dada por:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi\}.$$

- (a)  $\cos 2$ ;
- (b) 1;
- (c)  $-\cos 2$ ;
- (d)  $-2$ ;
- (e) 2.

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova REC  
23 de julho de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** **B**

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>