

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1  
24 de abril de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Instruções**

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale  $\frac{1}{2}$  ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de  $\frac{1}{10}$  de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

**Terminologia e Notações Utilizadas na Prova**

- $\mathbb{R}$  denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$  é a função *seno* de  $x$ ,  $\ln x$  é o *logaritmo natural* de  $x$ ;  $\log_a x$  é o *logaritmo em base  $a$*  de  $x$ ,  $a \in ]0, 1[ \cup ]1, +\infty[$ .
- Para intervalos abertos usaremos a notação:  $]a, b[$ .
- $A \cup B$  denota a *união* dos conjuntos  $A$  e  $B$ .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME  
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

**D**

**Questão 1.** *Sejam  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funções deriváveis. Usando os seguintes dados:*

$$f(0) = 1, f(2) = -1, f'(0) = \frac{1}{2}, f'(2) = -\frac{1}{3},$$
$$g(1) = 0, g(0) = 1, g'(1) = -2, g'(0) = 3,$$

*calcule  $(f \circ g)'(1)$ .*

- (a)  $\frac{2}{3}$ ;
- (b)  $\frac{1}{2}$ ;
- (c)  $-1$ ;
- (d)  $-\frac{1}{2}$ ;
- (e)  $1$ .

**Questão 2.** *Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\tan(5x)}$ .*

- (a)  $L = \frac{2}{5}$ ;
- (b)  $L = 1$ ;
- (c)  $L = \frac{5}{2}$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = 2$ .

**Questão 3.** *Para  $x \neq 1$ , calcule a soma  $\sum_{k=0}^N x^{3k}$ .*

- (a)  $\frac{1 - x^{3N+3}}{1 - x^3}$ ;
- (b)  $+\infty$ ;
- (c)  $\frac{N^{3k+1}}{1 - x}$ ;
- (d)  $\frac{1 - x^3}{1 - x^{3N+3}}$ ;
- (e)  $\frac{1 - x^{3N+1}}{1 - x}$ .

**Questão 4.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$ .

- (a) o limite não existe;
- (b)  $L = 2$ ;
- (c)  $L = -\infty$ ;
- (d)  $L = +\infty$ ;
- (e)  $L = -2$ .

**Questão 5.** Qual é a inversa  $f^{-1}$  da função  $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$  dada por  $f(x) = \cos x$ ?

- (a)  $f$  não admite inversa no intervalo dado;
- (b)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{\cos x}$ ;
- (c)  $f^{-1}(x) = \arccos x$ ;
- (d)  $f^{-1}(x) = \arccos(x - \pi)x$ ;
- (e)  $f^{-1}(x) = \arcsin(\pi - x)$ .

**Questão 6.** Dada  $f(x) = e^{2x}$  e  $g(x) = 1 - \cos x$ , calcule a composição  $h(x) = f(g(x))$ .

- (a)  $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$ ;
- (b)  $h(x) = \frac{e}{e^{2\cos x}}$ ;
- (c)  $h(x) = \frac{e^2}{e^{2\cos x}}$ ;
- (d)  $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$ ;
- (e)  $h(x) = e^{1-\cos x}$ .

**Questão 7.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$ .

- (a)  $L = -\infty$ ;
- (b) o limite não existe;
- (c)  $L = 1$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = +\infty$ .

**Questão 8.** Calcule o limite  $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$ .

- (a)  $L = \frac{\sin \infty}{\infty}$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = 1$ ;
- (d)  $L = 0$ ;
- (e)  $L = \frac{1}{2}$ .

**Questão 9.** Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função  $f(x) = e^{2x}$  no ponto de abscissa  $x = 1$ .

- (a)  $y = e^2(2x - 1)$ ;
- (b)  $y = e^2x + 1$ ;
- (c)  $y = e^{2x}(x - 1)$ ;
- (d)  $y - 1 = e^2(x - 1)$ ;
- (e)  $y = 2e^{2x}(x - 1)$ .

**Questão 10.** Resolva a desigualdade  $|x - 2| + |x + 2| < 6$ .

- (a)  $x \in [-2, 2[$ ;
- (b)  $x \in ]-3, 0[$ ;
- (c)  $x \in ]-3, -2[ \cup ]2, 4[$ ;
- (d)  $x \in ]-4, -3] \cup [2, 4[$ ;
- (e)  $x \in ]-3, 3[$ .

**Questão 11.** Calcule o limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$ .

- (a)  $\ln(2)$ ;
- (b)  $+\infty$ ;
- (c) 1;
- (d) 2;
- (e)  $\frac{0}{0}$ .

**Questão 12.** Calcule a derivada da função  $f(x) = \sin^2 x$ .

- (a)  $f'(x) = \sin x \cos x$ ;
- (b)  $f'(x) = -\sin x \cos x$ ;
- (c)  $f'(x) = \cos^2 x$ ;
- (d)  $f'(x) = 2 \sin x \cos x$ ;
- (e)  $f'(x) = -2 \sin x \cos x$ .

**Questão 13.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3-x)}{x-2}$ .

- (a)  $L = -1$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = \ln 2$ ;
- (d)  $L = \ln 3$ ;
- (e)  $L = 0$ .

**Questão 14.** Calcule a soma  $\sum_{k=1}^N 3k$ .

- (a)  $3N(N+1)$ ;
- (b)  $\frac{2}{3}N(N+1)$ ;
- (c)  $2N(N+1)$ ;
- (d)  $\frac{3}{2}N(N+1)$ ;
- (e)  $\frac{3}{2}N(N-1)$ .

**Questão 15.** Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se  $f : A \rightarrow B$  é injetora, então  $f$  não é sobrejetora;
- (b) se  $f : A \rightarrow B$  é inversível, então  $f$  é injetora e sobrejetora;
- (c) se  $f : A \rightarrow B$  é injetora, então  $f$  é sobrejetora;
- (d) se  $f : A \rightarrow B$  é injetora, então  $f$  é inversível;
- (e) se  $f : A \rightarrow B$  é sobrejetora, então  $f$  é inversível.

**Questão 16.** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty[$  a função  $f(x) = 3^{2x}$ . Calcule a inversa  $f^{-1} : ]0, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R}$ .

- (a)  $f^{-1}(x) = \log_3(2x)$ ;
- (b)  $f^{-1}(x) = (\log_3 x)^{\frac{1}{2}}$ ;
- (c)  $f^{-1}(x) = 3^{\frac{1}{2}x}$ ;
- (d)  $f$  não admite inversa, pois não é sobrejetora;
- (e)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log_3 x$ .

**Questão 17.** Se  $f(x) = 1 - x$ , então a composta  $f(f(x))$  é:

- (a)  $x$ ;
- (b)  $2 + x$ ;
- (c)  $1 + x$ ;
- (d)  $1 - x^2$ ;
- (e)  $(1 - x)^2$ .

**Questão 18.** Qual é o domínio da função  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ ?

- (a)  $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ ;
- (b)  $]-\infty, -2[ \cup ]-2, 2[ \cup ]2, +\infty[$ ;
- (c)  $]-\infty, 2[ \cup ]2, +\infty[$ ;
- (d)  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ;
- (e)  $]-\infty, 4[ \cup ]4, +\infty[$ .

**Questão 19.** Calcule a derivada da função inversa  $f^{-1}$  no ponto  $y_0$ , sabendo que  $y_0 = f(x_0)$ ,  $f^{-1}(y_0) = 3$ ,  $f'(3) = -2$ ,  $f(3) = 5$ ,  $f'(5) = 3$ .

- (a)  $\frac{1}{5}$ ;
- (b)  $\frac{1}{3}$ ;
- (c)  $\frac{x_0}{y_0}$ ;
- (d)  $\frac{1}{y_0}$ ;
- (e)  $-\frac{1}{2}$ .

**Questão 20.** Calcule o limite  $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{x+1} \right)^{2x}$ .

- (a)  $L = \frac{1}{e^2}$ ;
- (b)  $L = +\infty$ ;
- (c)  $L = \frac{1}{e}$ ;
- (d)  $L = e^2$ ;
- (e)  $L = 1$ .

MAT 111  
Cálculo Diferencial e Integral I  
Prof. Paolo Piccione  
Prova 1  
24 de abril de 2014

Nome: \_\_\_\_\_

Número USP: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Folha de Respostas** **D**

<b>1</b>	a	b	c	d	e
<b>2</b>	a	b	c	d	e
<b>3</b>	a	b	c	d	e
<b>4</b>	a	b	c	d	e
<b>5</b>	a	b	c	d	e
<b>6</b>	a	b	c	d	e
<b>7</b>	a	b	c	d	e
<b>8</b>	a	b	c	d	e
<b>9</b>	a	b	c	d	e
<b>10</b>	a	b	c	d	e
<b>11</b>	a	b	c	d	e
<b>12</b>	a	b	c	d	e
<b>13</b>	a	b	c	d	e
<b>14</b>	a	b	c	d	e
<b>15</b>	a	b	c	d	e
<b>16</b>	a	b	c	d	e
<b>17</b>	a	b	c	d	e
<b>18</b>	a	b	c	d	e
<b>19</b>	a	b	c	d	e
<b>20</b>	a	b	c	d	e

**Deixe em branco.**

<b>Corretas</b>	<b>Erradas</b>	<b>Nota</b>