

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
24 de abril de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Instruções

- A duração da prova é de **duas horas**.
- Assinale as alternativas corretas na **folha de respostas** que está no final da prova. *é permitido deixar questões em branco.*
- Cada questão tem apenas **uma resposta correta**.
- O valor total da prova é de **10** pontos; cada questão correta vale $\frac{1}{2}$ ponto (0.5) e *cada questão errada implica num desconto de $\frac{1}{10}$ de ponto* (0.10).
- No final da prova, deve ser entregue apenas a folha de respostas (na última página).
- **Boa Prova!**

Terminologia e Notações Utilizadas na Prova

- \mathbb{R} denota o conjunto dos números reais.
- $\sin x$ é a função *seno* de x , $\ln x$ é o *logaritmo natural* de x ; $\log_a x$ é o *logaritmo em base a* de x , $a \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
- Para intervalos abertos usaremos a notação: $]a, b[$.
- $A \cup B$ denota a *união* dos conjuntos A e B .

**NÃO ESQUEÇA DE POR SEU NOME
NA FOLHA DE RESPOSTAS!!!**

A

Questão 1. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1} \right)^{2x}$.

- (a) $L = \frac{1}{e}$;
- (b) $L = 1$;
- (c) $L = +\infty$;
- (d) $L = e^2$;
- (e) $L = \frac{1}{e^2}$.

Questão 2. Para $x \neq 1$, calcule a soma $\sum_{k=0}^N x^{3k}$.

- (a) $\frac{1-x^3}{1-x^{3N+3}}$;
- (b) $\frac{N^{3k+1}}{1-x}$;
- (c) $\frac{1-x^{3N+1}}{1-x}$;
- (d) $\frac{1-x^{3N+3}}{1-x^3}$;
- (e) $+\infty$.

Questão 3. Dada $f(x) = e^{2x}$ e $g(x) = 1 - \cos x$, calcule a composição $h(x) = f(g(x))$.

- (a) $h(x) = \frac{e}{e^{2 \cos x}}$;
- (b) $h(x) = \frac{e}{e^{\cos x}}$;
- (c) $h(x) = 1 - \cos(e^{2x})$;
- (d) $h(x) = \frac{e^2}{e^{2 \cos x}}$;
- (e) $h(x) = e^{1 - \cos x}$.

Questão 4. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (a) se $f : A \rightarrow B$ é inversível, então f é injetora e sobrejetora;
- (b) se $f : A \rightarrow B$ é sobrejetora, então f é inversível;
- (c) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f é inversível;
- (d) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f é sobrejetora;
- (e) se $f : A \rightarrow B$ é injetora, então f não é sobrejetora.

Questão 5. Calcule o limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$.

- (a) 2;
- (b) 1;
- (c) $\frac{0}{0}$;
- (d) $\ln(2)$;
- (e) $+\infty$.

Questão 6. Determinar a equação da reta tangente ao gráfico da função $f(x) = e^{2x}$ no ponto de abscissa $x = 1$.

- (a) $y = e^2x + 1$;
- (b) $y = e^2(2x - 1)$;
- (c) $y = 2e^{2x}(x - 1)$;
- (d) $y - 1 = e^2(x - 1)$;
- (e) $y = e^{2x}(x - 1)$.

Questão 7. Qual é o domínio da função $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$?

- (a) $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$;
- (b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$;
- (c) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$;
- (d) $]-\infty, 4[\cup]4, +\infty[$;
- (e) $]-\infty, -2[\cup]-2, 2[\cup]2, +\infty[$.

Questão 8. Calcule a derivada da função $f(x) = \sin^2 x$.

- (a) $f'(x) = \sin x \cos x$;
- (b) $f'(x) = -2 \sin x \cos x$;
- (c) $f'(x) = -\sin x \cos x$;
- (d) $f'(x) = \cos^2 x$;
- (e) $f'(x) = 2 \sin x \cos x$.

Questão 9. Calcule o limite $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n}{n}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = +\infty$;
- (c) $L = 1$;
- (d) $L = \frac{\sin \infty}{\infty}$;
- (e) $L = \frac{1}{2}$.

Questão 10. Sejam $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funções deriváveis. Usando os seguintes dados:

$$f(0) = 1, \quad f(2) = -1, \quad f'(0) = \frac{1}{2}, \quad f'(2) = -\frac{1}{3}, \\ g(1) = 0, \quad g(0) = 1, \quad g'(1) = -2, \quad g'(0) = 3,$$

calcule $(f \circ g)'(1)$.

- (a) -1 ;
- (b) $-\frac{1}{2}$;
- (c) $\frac{2}{3}$;
- (d) 1 ;
- (e) $\frac{1}{2}$.

Questão 11. Qual é a inversa f^{-1} da função $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ dada por $f(x) = \cos x$?

- (a) f não admite inversa no intervalo dado;
- (b) $f^{-1}(x) = \arccos(x - \pi)x$;
- (c) $f^{-1}(x) = \arccos x$;
- (d) $f^{-1}(x) = \frac{1}{\cos x}$;
- (e) $f^{-1}(x) = \arcsin(\pi - x)$.

Questão 12. Calcule a derivada da função inversa f^{-1} no ponto y_0 , sabendo que $y_0 = f(x_0)$, $f^{-1}(y_0) = 3$, $f'(3) = -2$, $f(3) = 5$, $f'(5) = 3$.

- (a) $\frac{1}{y_0}$;
- (b) $\frac{1}{5}$;
- (c) $-\frac{1}{2}$;
- (d) $\frac{x_0}{y_0}$;
- (e) $\frac{1}{3}$.

Questão 13. Calcule a soma $\sum_{k=1}^N 3k$.

- (a) $3N(N + 1)$;
- (b) $2N(N + 1)$;
- (c) $\frac{3}{2}N(N + 1)$;
- (d) $\frac{2}{3}N(N + 1)$;
- (e) $\frac{3}{2}N(N - 1)$.

Questão 14. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5x + 7}{1 - x^2}$.

- (a) o limite não existe;
- (b) $L = 2$;
- (c) $L = -\infty$;
- (d) $L = -2$;
- (e) $L = +\infty$.

Questão 15. Resolva a desigualdade $|x - 2| + |x + 2| < 6$.

- (a) $x \in]-4, -3] \cup [2, 4[$;
- (b) $x \in]-3, -2[\cup]2, 4[$;
- (c) $x \in]-3, 0[$;
- (d) $x \in [-2, 2[$;
- (e) $x \in]-3, 3[$.

Questão 16. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\tan(5x)}$.

- (a) $L = 0$;
- (b) $L = \frac{5}{2}$;
- (c) $L = 2$;
- (d) $L = 1$;
- (e) $L = \frac{2}{5}$.

Questão 17. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 0} (7x - 3x^2) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)$.

- (a) $L = 1$;
- (b) $L = +\infty$;
- (c) o limite não existe;
- (d) $L = -\infty$;
- (e) $L = 0$.

Questão 18. Se $f(x) = 1 - x$, então a composta $f(f(x))$ é:

- (a) x ;
- (b) $(1 - x)^2$;
- (c) $1 - x^2$;
- (d) $2 + x$;
- (e) $1 + x$.

Questão 19. Calcule o limite $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(3 - x)}{x - 2}$.

- (a) $L = \ln 2$;
- (b) $L = +\infty$;
- (c) $L = \ln 3$;
- (d) $L = -1$;
- (e) $L = 0$.

Questão 20. *Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ a função $f(x) = 3^{2x}$. Calcule a inversa $f^{-1} :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$.*

- (a) $f^{-1}(x) = (\log_3 x)^{\frac{1}{2}}$;
- (b) $f^{-1}(x) = \log_3(2x)$;
- (c) f não admite inversa, pois não é sobrejetora;
- (d) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \log_3 x$;
- (e) $f^{-1}(x) = 3^{\frac{1}{2}x}$.

MAT 111
Cálculo Diferencial e Integral I
Prof. Paolo Piccione
Prova 1
24 de abril de 2014

Nome: _____

Número USP: _____

Assinatura: _____

Folha de Respostas **A**

1	a	b	c	d	e
2	a	b	c	d	e
3	a	b	c	d	e
4	a	b	c	d	e
5	a	b	c	d	e
6	a	b	c	d	e
7	a	b	c	d	e
8	a	b	c	d	e
9	a	b	c	d	e
10	a	b	c	d	e
11	a	b	c	d	e
12	a	b	c	d	e
13	a	b	c	d	e
14	a	b	c	d	e
15	a	b	c	d	e
16	a	b	c	d	e
17	a	b	c	d	e
18	a	b	c	d	e
19	a	b	c	d	e
20	a	b	c	d	e

Deixe em branco.

Corretas	Erradas	Nota