

MAT 111 — CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I
LICENCIATURA EM GEOCIÊNCIAS
TURMA 2014117

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

PROF. PAOLO PICCIONE
MONITOR: BELMIRO GALO

Exercício 1. Calcule fórmulas para as seguintes somas:

$$(1) \sum_{k=1}^n 2k$$

$$(2) \sum_{k=1}^n (2k + 1)$$

$$(3) \sum_{k=0}^n x^{2k}$$

$$(4) \sum_{k=0}^n x^{2k+1}$$

Exercício 2. Resolva as seguintes equações em \mathbb{R} :

$$(1) 5(\cos x)^2 - 3(\cos x) + \frac{2}{5} = 0$$

$$(2) \sin^4 x - 3\sin^2 x + 2 = 0$$

$$(3) 4\cos^2 x + 2(1 + \sqrt{3})\sin x = 4 + \sqrt{3}$$

$$(4) [\log(x - 4)]^2 + 2\log 9 \log(x - 4) = \log^2 3 + \log^2 9$$

$$(5) e^{\cos x + \sin x} - \left(\frac{1}{e}\right)^{\cos x - \sin x} = 0$$

Exercício 3. Resolva as seguintes desigualdades em \mathbb{R} .

$$(1) |2x - 1| < 2.$$

$$(2) |2x + 1| < |x - 1|$$

$$(3) |x - 3| + |x + 3| < 8$$

$$(4) \left|\frac{1-x}{3x+1}\right| > 2$$

Exercício 4. Sejam x, y e z números reais positivos. Quais das seguintes desigualdades são verdadeiras

$$(1) xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$$

$$(2) xy \geq \frac{4}{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2}$$

Data: 13 de março de 2014.

$$(3) (x + y + z)^3 \leq 27xyz$$

Exercício 5. Prove as seguintes identidades utilizando o Princípio da Indução.

$$(1) n^2 > 2n + 1, \forall n \geq 3$$

$$(2) n! > 2^n, \forall n \geq 4$$

$$(3) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \forall n \geq 1$$

$$(4) 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2, \forall n \geq 1$$

Exercício 6. Prove que se $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}_+$ então para todo $n \geq 2$ vale a seguinte desigualdade:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Isto é, a média aritmética de n números reais positivos é maior que ou igual a média geométrica. Além disso, verifique quando ocorre a igualdade.

Exercício 7. Seja x um número real positivo. Então podemos afirmar que

$$x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4$$

é sempre maior ou igual a

$$(1) 1$$

$$(2) 10x$$

$$(3) 10x^3$$

$$(4) 16x^2$$