

# MAP2220 - Fundamentos de Análise Numérica

## LISTA 3 - 2º semestre de 2017

**Exercício 1:** Calcule  $s(x)$ , spline linear, para os pontos  $\{a = x_0 = 0 < x_1 = 1 < x_2 = b = 2\}$  para aproximar  $f(x) = x^4$ . Calcule o erro cometido na norma induzida pelo produto interno usual  $\langle f, g \rangle = \int_a^b f(x)g(x)dx$ . Repita o processo para splines cúbicos e compare os erros.

**Exercício 2:** Uma fórmula de integração aberta não faz uso dos valores da função nos extremos do intervalo. Por exemplo, para calcular  $\int_a^b f(x)dx$  dividimos  $[a, b]$  em pontos uniformemente espaçados  $a = x_0 < x_1 < x_2 < x_3 = b$  ( $x_{i+1} = x_i + h$ ,  $h = (b-a)/3$ ) e aproximamos a integral de  $f$  pela integral do polinômio linear que interpola  $f$  nos pontos interiores  $x_1$  e  $x_2$ .

a) Qual fórmula de integração se obtém nesse caso?

b) Use-a para calcular  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ . Qual a vantagem em relação ao método de Simpson?

**Exercício 3:** Mostre que  $\int_{-1}^1 p(x)dx = p(\sqrt{3}/3) + p(-\sqrt{3}/3)$ , para todo polinômio  $p$  de grau menor ou igual a 3. Use esse esse valor para calcular  $\int_0^3 (x^3 - 2x)$ .

**Exercício 4:** Considere a função  $F(x)$  dada por

$$F(x) = \int_0^x \sin(\cos(y))dy.$$

Utilizando a fórmula de Simpson com uma repetição, calcule

$$S = \int_0^1 F(x)dx.$$

Para obter cada um dos valores de  $F$  necessários ao cálculo de  $S$ , utilize a fórmula dos trapézios com duas repetições. Estime os erros cometidos no cálculo desses valores.

**Exercício 5:** Usando a Regra Trapezoidal composta encontre a aproximação para  $\int_0^\pi \sin(x)dx$  com  $n = 1, 2, 4, 8, 16$ . Então aplique a extrapolação de Romberg nos resultados.