
Lista 12 - Inferência Frequentista (MAE0301)

Professor: Alexandre Patriota

Monitor: Andrey Sarmiento

1º semestre de 2025

Data de entrega: 23/06/2025

1. Seja $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $X \sim f_\theta$, em que $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}$. Encontre o teste Uniformemente Mais Poderoso (UMP) para testar $\mathcal{H}_0 : \theta \leq \theta_0$ contra $\mathcal{H}_1 : \theta > \theta_0$ nos seguintes casos:

(a) $X \sim \text{Normal}(0, \theta)$, isto é,

$$f_\theta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\theta}\right) \mathbb{I}_{\mathbb{R}}(x), \quad \text{para todo } \theta \in \Theta = \mathbb{R}_+.$$

(b) $X \sim \text{Rayleigh}(\theta/\sqrt{2})$, isto é,

$$f_\theta(x) = \frac{2x}{\theta^2} \exp\left(-\frac{x^2}{\theta^2}\right) \mathbb{I}_{\mathbb{R}_+}(x), \quad \text{para todo } \theta \in \Theta = \mathbb{R}_+.$$

Dica: Use que $X^2 \sim \text{Exponencial}(1/\theta^2)$.

2. Seja $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $X \sim \text{Exponencial}(\theta)$, em que $\theta \in \Theta = \mathbb{R}_+$. Suponha que seja de interesse testar, ao nível de significância de 5%, $\mathcal{H}_0 : \theta = \theta_0$ contra $\mathcal{H}_1 : \theta \neq \theta_0$, para algum $\theta_0 \in \mathbb{R}_+$ fixo,

(a) Encontre o teste da razão de verossimilhanças generalizada.

(b) Encontre o teste de Wald.

(c) Encontre o teste de Escore.

Em todos os casos, apresente o ponto de corte dos testes considerando $n = 25$. Enuncie as possíveis decisões para um conjunto de dados observado.