

---

## Lista 10 - Inferência Frequentista (MAE0301)

Professor: Alexandre Patriota

Monitor: Andrey Sarmiento

1º semestre de 2025

---

Data de entrega: 06/06/2025

Seja  $\mathbf{X}_n = (X_1, \dots, X_n)$  uma amostra aleatória de  $X \sim N(\theta, \theta)$ , em que  $\theta \in \Theta = \mathbb{R}_+$ . Considere as seguintes funções:

$$Q(\theta, \mathbf{X}_n) = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \theta)}{\sqrt{\theta}}, \quad R(\theta, \mathbf{X}_n) = \frac{(n-1)S_{n-1}^2}{\theta},$$
$$U(\theta, \mathbf{X}_n) = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \theta)}{\sqrt{S_{n-1}^2}}, \quad V(\theta, \mathbf{X}_n) = \frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - \theta)}{\sqrt{\bar{X}_n}},$$

em que  $S_{n-1}^2 = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ .

- (a) Mostre que  $Q(\theta, \mathbf{X}_n)$  é uma quantidade pivotal para  $\theta$ .
- (b) Mostre que  $R(\theta, \mathbf{X}_n)$  é uma quantidade pivotal para  $\theta$ .
- (c) Mostre que  $U(\theta, \mathbf{X}_n)$  é uma quantidade pivotal para  $\theta$ .
- (d) Mostre que  $V(\theta, \mathbf{X}_n)$  é uma quantidade pivotal **assintótica** para  $\theta$ .
- (e) Obtenha um I.C. para  $\theta$  com nível  $\gamma$  baseado em  $Q(\theta, \mathbf{X}_n)$ .
- (f) Obtenha um I.C. para  $\theta$  com nível  $\gamma$  baseado em  $R(\theta, \mathbf{X}_n)$ .
- (g) Obtenha um I.C. para  $\theta$  com nível  $\gamma$  baseado em  $U(\theta, \mathbf{X}_n)$ .
- (h) Obtenha um I.C. **assintótico** para  $\theta$  com nível  $\gamma$  baseado em  $V(\theta, \mathbf{X}_n)$ .

**Dica:** Use o método delta (ou o Teorema de Slutsky) para encontrar a distribuição assintótica de  $V(\theta, \mathbf{X}_n)$ .