Universidade de São Paulo

MAE 219 – Introducão à Probabilidade e à Estatística I
Lista de Exercícios 4 - Semestre 1 de 2015 - FEA

Prof. Pedro Morettin e Prof. Chang Chiann

Exe 1. Seja X a v.a. denotando a soma dos números de duas bolas extraídas. Seja (a, b), primeira (a) e segunda extração (b), respectivamente. Então o espaço amostral é:

$$\Omega = \{(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(1,4),(4,1),(2,3),(3,2),(1,5),(5,1),$$
$$(2,4),(4,2),(5,2),(2,5),(3,4),(4,3),(5,3),(3,5),(5,4),(4,5)\}$$

Ω	(1,2)	(2,1)	(1,3)	(3,1)	(1,4)	(4,1)	(2,3)	(3,2)	(1,5)	(5,1)
X	3	3	4	4	5	5	5	5	6	6

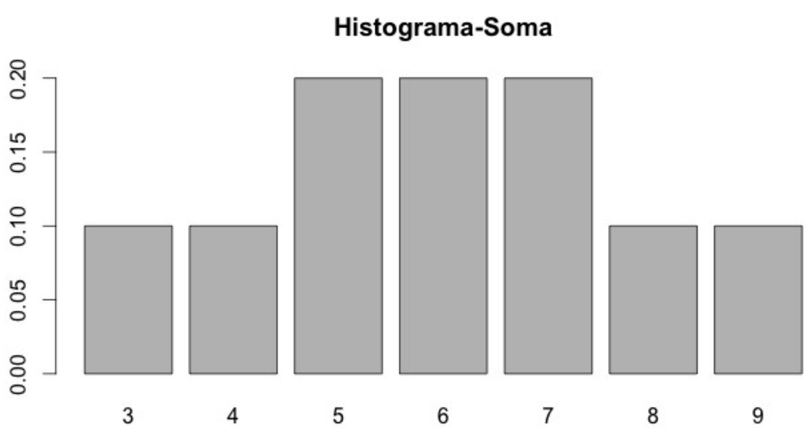
(2,4)	(4,2)	(5,2)	(2,5)	(3,4)	(4,3)	(5,3)	(3,5)	(5,4)	(4,5)
6	6	7	7	7	7	8	8	9	9

X assume valores no conjunto $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, logo é uma variável aleatória discreta. Portanto sua função de probabilidade é dada por:

X	3	4	5	6	7	8	9
$P(X = x)$	2/20	2/20	4/20	4/20	4/20	2/20	2/20

- $E(X) = 3(2/20) + 4(2/20) + 5(4/20) + 6(4/20) + 7(4/20) + 8(2/20) + 9(2/20) = 6$

- $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 9(2/20) + 16(2/20) + 25(4/20) + 36(4/20) + 49(4/20) + 64(2/20) + 81(2/20) - 6^2 = 3,15$



Exe 2. Seja X uma v.a com valores $x = 1, 2, 3, \ldots$ e probabilidades $P(X = x) = 2^{-x}$.

a). $\sum_{x=1}^{\infty} P(X = x) = \sum_{x=1}^{\infty} 2^{-x}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$

$= \frac{1/2}{1-1/2} = 1$

b). Seja $x = 2k$, $k \in \mathbb{N}$. Então, $P(X = 2k) = 2^{-2k} = (1/4)^k$. Portanto temos:

$$P(X = 2k) = P(X = 2) + P(X = 4) + \dots$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} (\tfrac{1}{4})^k$$

$$= \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{16} + \tfrac{1}{64} + \dots$$

$$= \tfrac{1/4}{1-1/4} = 1/3$$

c). $P(X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2)$

$$= 2^{-1} + 2^{-2} = 3/4$$

- $P(X > 10) = 1 - [P(X = 1) + P(X = 2) + \dots + P(X = 10)]$

$$= 1 - [2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}]$$

$$= 1 - [1023/1024] = 1/1024$$

Exe 3. Seja X :=número de bolas pretas. Note que $X = 0, 1, 2, 3$.

Ω	X	$P(X = x)$
$\{v, v, v\}$	0	(3/8)(2/7)(1/6)=1/56
$\{v, v, p\}$	1	(3/8)(2/7)(5/6)=5/56
$\{v, p, v\}$	1	(3/8)(5/7)(2/6)=5/56
$\{p, v, v\}$	1	(5/8)(3/7)(2/6)=5/56
$\{v, p, p\}$	2	(3/8)(5/7)(4/6)=10/56
$\{p, v, p\}$	2	(5/8)(3/7)(4/6)=10/56
$\{p, p, v\}$	2	(5/8)(4/7)(3/6)=10/56
$\{p, p, p\}$	3	(5/8)(4/7)(3/6)=10/56

X	0	1	2	3
$P(X = x)$	1/56	15/56	30/56	10/56

Seja $Y = 3X$

Y	0	3	6	9
$P(Y = y)$	1/56	15/56	30/56	10/56

Seja $Z = X^2$

Z	0	1	4	9
$P(Z = z)$	1/56	15/56	30/56	10/56

Exe 4. Seja L :=lucro. Se o florista mantiver:

- 1 flor em estoque:

L	-0,50	1,00
$p(l)$	0,1	0,9

$E[L] = 0,85$

- 2 flores em estoque:

L	-1	-0,5	2,00
$p(l)$	0,1	0,4	0,5

$E[L] = 1,10$

- 3 flores em estoque:

L	-1,5	0,0	1,5	3,0
$p(l)$	0,1	0,4	0,3	0,2

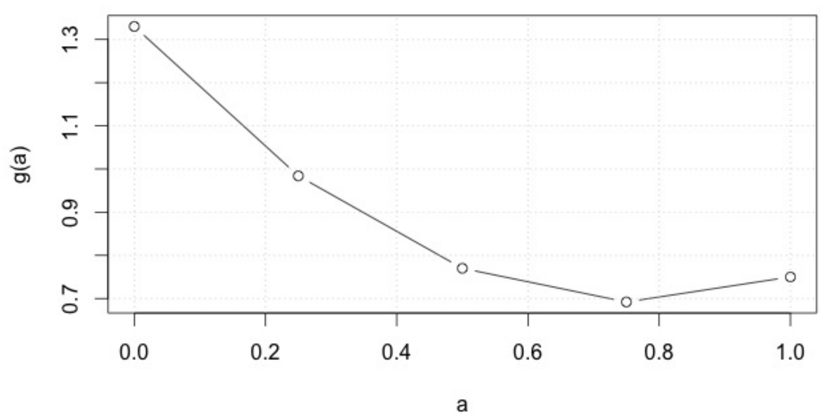
$E[L] = 0,90$

Logo, o estoque que maximiza a lucro é manter 2 flores.

Exe 5. Considere a v.a $(X-a)^2$. Portanto temos:

$$E(X-a)^2 = \sum_{x=0}^{2}(x-a)^2 f(x)$$

- Para $a = 0 : E(X-a)^2 = \sum_{x=0}^{2} x^2 f(x) = 1/3 + 1 = 4/3 = 1,333$
- Para $a = 1/4 : E(X-1/4)^2 = \sum_{x=0}^{2}(x-1/4)^2 f(x) = 63/64 = 0,984$
- Para $a = 1/2 : E(X-1/2)^2 = \sum_{x=0}^{2}(x-1/2)^2 f(x) = 37/48 = 0,770$
- Para $a = 3/4 : E(X-3/4)^2 = \sum_{x=0}^{2}(x-3/4)^2 f(x) = 133/192 = 0,692$
- Para $a = 1 : E(X-1)^2 = \sum_{x=0}^{2}(x-1)^2 f(x) = 3/4 = 0,75$



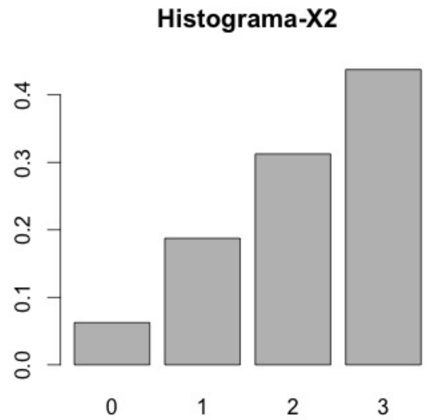
Note que $g(a)$ é mínimo para $a = 3/4 = 0,75$.

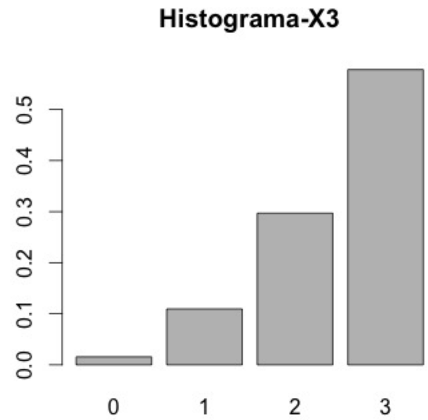
Exe 6. Seja X_n maior número observado nas primeiras n retiradas.

- $P(X_2 = 0) = (1/4)(1/4) = 1/16$.
- $P(X_2 \leq 1) = P(X_2 = 0) + P(X_2 = 1) = 1/16 + 3/16 = 4/16$
- $P(X_2 \leq 2) = P(X_2 = 0) + P(X_2 = 1) + P(X_2 = 2) = 1/16 + 3/16 + 5/16 = 9/16$

x	0	1	2	3
$P(X_2 = x)$	1/16	3/16	5/16	7/16

x	0	1	2	3
$P(X_3 = x)$	1/64	7/64	19/64	37/64





Exe 7. O espaço amostral é como segue:

	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

Seja X : o menor dos dois números observados

$$p(x) = \begin{cases} \frac{11}{36} & ;\ x = 1 \\ \frac{9}{36} & ;\ x = 2 \\ \frac{7}{36} & ;\ x = 3 \\ \frac{5}{36} & ;\ x = 4 \\ \frac{3}{36} & ;\ x = 5 \\ \frac{1}{36} & ;\ x = 6 \end{cases}$$

Média

$$\begin{aligned} E[X] &= \sum_{x=1}^{6} x p(x) \\ &= 1\left(\frac{11}{36}\right) + 2\left(\frac{9}{36}\right) + 3\left(\frac{7}{36}\right) + 4\left(\frac{5}{36}\right) + 5\left(\frac{3}{36}\right) + 6\left(\frac{1}{36}\right) \\ &= \frac{91}{36} \end{aligned}$$

Variância

$$\begin{aligned}
E[X^2] &= \sum_{x=1}^{6} x^2 p(x) \\
&= 1^2\left(\frac{11}{36}\right) + 2^2\left(\frac{9}{36}\right) + 3^2\left(\frac{7}{36}\right) + 4^2\left(\frac{5}{36}\right) + 5^2\left(\frac{3}{36}\right) + 6^2\left(\frac{1}{36}\right) \\
&= \frac{17}{2}
\end{aligned}$$

Portanto,

$$Var[X] = E[X^2] - (E[X])^2 = \frac{17}{2} - \left(\frac{91}{36}\right)^2 = \frac{2735}{1296}$$

Desvío Padrão

$$D.P = \sqrt{Var[X]} = \sqrt{\frac{2735}{1296}} \approx 1,4527$$

Exe 8. Seja $X:$ a ganho do jogador. Denotamos $c :=$ coroa e $k := cara$.

Ω	X	$P(X=x)$
$\{c,c,c\}$	a	(1/8)
$\{c,c,k\}$	1,00	(1/8)
$\{c,k,c\}$	1,00	(1/8)
$\{k,c,c\}$	1,00	(1/8)
$\{c,k,k\}$	3,00	(1/8)
$\{k,c,k\}$	3,00	(1/8)
$\{k,k,c\}$	3,00	(1/8)
$\{k,k,k\}$	8,00	(1/8)

x	a	1,00	3,00	8,00
$p(x)$	1/8	3/8	3/8	1/8

$$E[X] = a\frac{1}{8} + (1,00)\frac{3}{8} + (3,00)\frac{3}{8} + (8,00)\frac{1}{8} = \frac{a+20}{8}$$

Supondo que o jogo fora honesto $E[X]=0$, então $0 = \frac{a+20}{8}$, assim $a=-20$.
Portanto, se não ocorrerem caras o jogador perderá R$20,00.

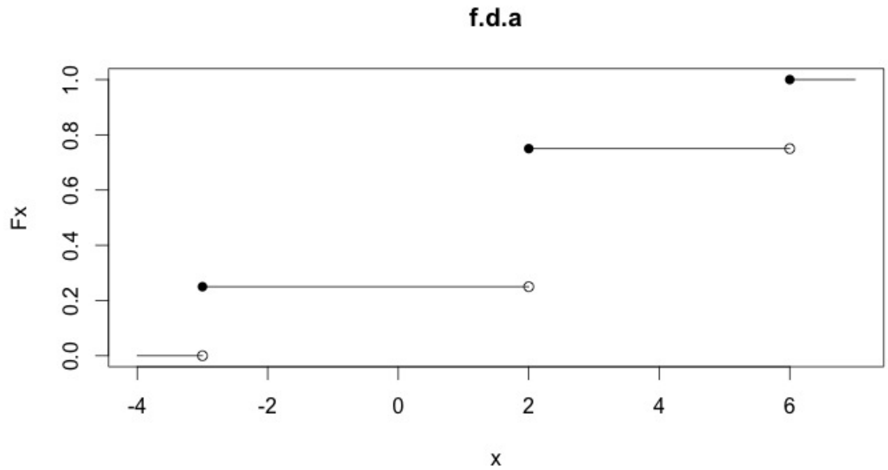
Exe 9. Temos que

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & ;\ x=-3 \\ \frac{1}{2} & ;\ x=2 \\ \frac{1}{4} & ;\ x=6 \end{cases}$$

então

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x<-3 \\ \frac{1}{4} & ;\ -3 \le x < 2 \\ \frac{3}{4} & ;\ 2 \le x < 6 \\ 1 & ;\ x \ge 6 \end{cases}$$

Portanto, o gráfico da função da distribuição F da variável aleatória X é:



Exe 10. Seja $C :=$ costo e $X :=$ número de ensaios. Temos que a probabilidade de sucesso é $p = 0,6$.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	...
C	10	20	30	40	50	55	60	65	70	75	80	...

$$E[C] = 10P(X = 1) + 20P(X = 2) + 30P(X = 3) + 40P(X = 4) + 50P(X = 5) + 55P(X = 6) + 60P(X = 7)+$$

$$65P(X = 8) + 70P(X = 9) + \dots$$

$$=10\sum_{k=1}^{5} kP(X = k) + 25\sum_{k=6}^{\infty} P(X = k) + 5\sum_{k=6}^{\infty} kP(X = k).$$

Fazendo o calculo de cada quantidade temos:

i). $\sum_{k=1}^{5} kP(X = k) = \sum_{k=1}^{5} k(0,4)^{k-1}(0.6) = 1,5984$

ii). $\sum_{k=6}^{\infty} P(X = k) = \sum_{k=1}^{\infty} P(X = k) - \sum_{k=1}^{5} P(X = k) = 1 - 0,9897 = 0,0102.$

iii). $\sum_{k=6}^{\infty} kP(X = k) = \sum_{k=1}^{\infty} kP(X = k) - \sum_{k=1}^{5} kP(X = k) = E[X] - 1,5984 = 1/0,6 - 1,5984 = 0.0683$

Portanto temos:

$$E[C] = 10(1,5984) + 25(0,0102) + 5(0,0683) = 16,5805.$$

Portanto o custo esperado da operação é $R\$16,5805$.

Exe 11. Consideramos as seguintes situações:

1). A variável X tem distribuição binomial, pois o experimento é realizado com reposição, portanto a probabilididade p é constante, além disso a variável X conta o número de sucessos nas 5 extrações. Então $X \sim Bin(n = 5; p = 1/3)$. A funcão de probabilidade é

$$p(x) = \binom{5}{x}\left(\frac{1}{3}\right)^{x}\left(\frac{2}{3}\right)^{5-x}$$

2). A probabilidade p não vai ser constante portanto, a variável X não tem distribuição binomial.

3). Não sabemos sobre a probabilidade de escolher as bolas brancas e pretas, mas se as extrações são sem reposição a probabilidade não será constante, portanto a variável não tem distribuição binomial.

4). A variável $X :=$ número de indivíduos "contra o projeto", não tem distribuição binomial, pois as probabilidades de escolher os indivíduos em cada cidade mudam (supondo que o número de habitantes em cada cidade é diferente), portanto p não é constante.

5). Não é binomial, pois a probabilidade p não é constante, pois em cada máquina a probabilidade de ter peças defeituosas é diferente. No caso onde as probabilidades são iguais para todas as máquinas, então temos uma distribuição binomial.

Exe 12. Seja $X :=$ número de funcionários que aumenta a produtividade pelo curso de treinamento. Então, temos $n = 10$ e $p = 0,5$ é a probabilidade de sucesso, portanto $X \sim Bin(10; 0,5)$

a). $P(X = 7) = \binom{10}{7}(0,5)^7(0,5)^3 = 0,117$

b). $P(X \leq 8) = 1 - P(X \geq 9) = 1 - P(X = 9) - P(X = 10)$

$$= 1 - \binom{10}{9}(0.5)^9(0,5)^1 - \binom{10}{10}(0,5)^{10}(0,5)^0 = 1 - 0,01074 = 0,9892$$

c). $P(X \leq 7) = 1 - P(X = 8) - P(X = 9) - P(X = 10)$

$$= 1 - \binom{10}{0}(0,5)^8(0,5)^2 - \binom{10}{1}(0,5)^9(0,5)^1 - \binom{10}{2}(0,5)^{10}(0,5)^0 = 0,9453$$

Exe 13. Seja $X :=$ número de petroleiros que chegam a uma refinaria em cada dia.
Segundo o problema, $X \sim Poi(\lambda = 2)$.

a). $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) - P(X = 3)$

$$= 1 - \frac{2^0e^{-2}}{0!} - \frac{2^1e^{-2}}{1!} - \frac{2^2e^{-2}}{2!} - \frac{2^3e^{-2}}{3!} = 1 - 0,8571 = 0,1429$$

b). $P(X \leq x_c) = 0.95$, portanto se procuramos na tabela da distribuição Poisson o quantil 95% com $\lambda = 2$ obtemos $x_c = 4$.

c). O número médio de petroleiros que chegam por dia é: $E(X) = \lambda = 2$.

Exe 14. Vejamos a seguinte tabela:

Nºacid/hora	Nº horas	Nº acidentes
0	100	0
1	152	152
2	60	120
3	30	90
4	13	52
5	9	45
6	7	42
7	5	35
8	4	32

a). Para calcular o número médio de acidentes por hora, somamos o número de acidentes e dividimos por o número total de horas, 480. Portanto:

$$\lambda = \frac{0 + 152 + 120 + 90 + 52 + 45 + 42 + 35 + 32}{480} = 1,1833$$

b). Suponha que $X :=$ número de acidentes por hora, tem uma distribuição $X \sim Poi(\lambda)$. Então

X	$P(X = x)$	Nº esperado
0	0,30625	147,00
1	0,36240	173,95
2	0,21442	102,92
3	0,08457	40,59
4	0,02502	12,01
5	0,00592	2,84
6	0,00116	0,55
7	0,00019	0,09
8	0,00003	0,01

c). Os dados coletados não apresentam uma distribuição que se caracterize como uma distribuição Poisson.

Exe 15. Seja $X :=$ número de items com defeito entre os 10 produzidos.

- Usando a distribuição binomial temos que $X \sim Bin(10; 0,2)$, portanto:

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \binom{10}{0}(0,2)^0(0,8)^{10} + \binom{10}{1}(0,2)^1(0,8)^9 = 0,1074 + 0,2684 = 0,2684$$

- Usando a distribuição poisson temos que $X \sim Poi(\lambda = np = 2)$, portanto:

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{2^0 e^{-2}}{0!} + \frac{2^1 e^{-2}}{1!} = 0,1353 + 0,2707 = 0,4059.$$

Notemos que os resultamos são bem diferentes, pois a aproximação é boa se n grande e p pequeno.

Exe 16. Seja $X =:$ número de rádios com defeitos.

- Extração com reposição. Para este caso $X \sim Bin(5; 0,20)$.

1). $P(X = 5) = \binom{5}{5}(0,2)^5(0,8)^0 = 0,00032$

2). $P(X = 1) = \binom{5}{1}(0,2)^1(0,8)^4 = 0,4095$

3). $P(X = 0) = \binom{5}{0}(0,2)^0(0,8)^5 = 0,3276$

- Extração sem reposição. Para este caso $X \sim Hip(N = 20; r = 4)$.

1). $P(X = 5) = 0$

2). $P(X = 1) = \frac{\binom{4}{1}\binom{20-4}{5-1}}{\binom{20}{5}} = 0,4695$

3). $P(X = 0) = \frac{\binom{4}{0}\binom{20-4}{5-0}}{\binom{20}{5}} = 0,2817$

Exe 17. Suponha que temos n provas independentes com probabilidade p de sucesso. Seja X número total de sucessos nestas n provas e Y número de decessos nas primeiras m provas, com $m < n$. Então temos:

$$P(Y = k|X = j) = \frac{P(Y=k \cap X=j)}{P(X=j)}$$

$$= \frac{\binom{n-m}{j-k}p^{j-k}(1-p)^{n-m-(j-k)}\binom{m}{k}p^k(1-p)^{m-k}}{\binom{n}{j}p^j(1-p)^{n-j}}$$

$$= \frac{\binom{m}{k}\binom{n-m}{j-k}}{\binom{n}{j}}$$

Exe 18. Suponha que temos $X_1, \ldots, X_n$ v.a. independentes, identicamente distribuídas com distribuição Bernoulli, com $P(X_i = 1) = p, i = 1, \ldots, n$.

Note que:
$P(X_1 | \sum_{i=1}^n X_i = k) = \frac{P(\{X_1=1\} \cap \{\sum_{i=1}^n X_i=k\})}{P(\sum_{i=1}^n X_i=k)}$

Mas sabemos que $X_1 \sim Ber(p)$ e $\sum_{i=1}^n X_i \sim Bin(n,p)$, assim temos:

$$P(\sum_{i=1}^n X_i = k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}, \qquad P(\{X_1 = 1\} \cap \{\sum_{i=1}^n X_i = k\}) = \binom{n-1}{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k}$$

Portanto dizemos:

$$P(X_1 = 1| \sum_{i=1}^n X_i = k) = \frac{\binom{n-1}{k-1}p^{k-1}(1-p)^{n-k}}{\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}}.$$

$$= \frac{(n-1)!k!(n-k)!}{(k-1)!(n-k)!n!}\frac{1}{p}$$

$$= \frac{(n-1)!k(k-1)!}{n(n-1)!(k-1)!}\frac{1}{p}$$

$$= \frac{k}{np}$$

Para o segundo caso, temos que $P(\{X_1 = 0\} \cap \{\sum_{i=1}^n X_i = k\}) = \binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-1-k}$, então:

$$P(X_1 = 0| \sum_{i=1}^n X_i = k) = \frac{P(\{X_1=0\} \cap \{\sum_{i=1}^n X_i=k\})}{P(\sum_{i=1}^n X_i=k)}$$

$$= \frac{\binom{n-1}{k}p^k(1-p)^{n-1-k}}{\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}}.$$

$$= \frac{(n-1)!k!(n-k)!}{k!(n-1-k)!n!}\frac{1}{1-p}$$

$$= \frac{n-k}{n}\frac{1}{1-p}$$

Exe 19. Seja $X :=$ número de parafusos defeituosos. Tem-se uma amostra de $n = 20$ parafusos onde a probabilidade extrair um defeituoso é $p = 100/1000 = 0,1$. Portanto $X \sim Bin(20; 0,1)$.

- $P(X = 0) = \binom{20}{0}(0,1)^0(0,9)^{20} = 0,121$; $(0,121 \times 20 = 2,42)$

- $P(1 \leq X \leq 2) = P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{20}{1}(0,1)^1(0,9)^{19} + \binom{20}{2}(0,1)^2(0,9)^{18} = 0,552$; $(0,552 \times 10 = 5,52)$

- $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = 0,323 \quad ; \quad (0,32 \times 8 = 2,584)$

Concluímos que a alternativa mas vantajosa para o fabricante é a segunda, pois tem o maior valor.

Exe 20. Seja $X :=$ número de defeituosos. Suponha que $n = 25$ e $a = 2$.

a). Se $p = 0.10$, então:

$$P(X \leq 2) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = \binom{25}{0}(0.1)^0(0.9)^{25}+\binom{25}{1}(0.1)^1(0.9)^{24}+\binom{25}{2}(0.1)^2(0.9)^{23} = 0.54$$

b). Se $p = 0.20$, então:

$$P(X \leq 2) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = \binom{25}{0}(0.2)^0(0.8)^{25}+\binom{25}{1}(0.2)^1(0.8)^{24}+\binom{25}{2}(0.2)^2(0.8)^{23} = 0.10$$

c). Se $p = 0.05$, então:

$$P(X \leq 2) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = \binom{25}{0}(0.05)^0(0.95)^{25}+\binom{25}{1}(0.05)^1(0.95)^{24}+\binom{25}{2}(0.05)^2(0.95)^{23}$$

$$= 0.87$$

Exe 21. Seja $A :=$ o evento de ter un filho do sexo masculino, $P(A) = p = 1/2$ e $X :=$ número de filhos de sexo masculino. Então, segundo o problema $X \sim Bin(4; 1/2)$

a). $P(X = 3) = \binom{4}{3}(0,5)^3(0,5)^1 = 0,25$

b). $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{n}{0}(0,5)^0(0,5)^n = 1 - 0,5^n$

Precisamos que $P(X \geq 1) = 1 - 0,5^n > 0,95, \quad \therefore \quad 0,5^n < 0,05$. Logo se o número de filhos tem que ser um número natural, portanto $n \geq 5$.

Exe 22. Temos que a média de telefonemas recebidos numa central telefônica é 30 chamadas por hora. Seja $X :=$ número de chamadas. Então $X \sim Poi(\lambda)$, onde

$$\lambda = 30\frac{cham}{hora} = 1,5\frac{cham}{3min} = 2,5\frac{cham}{5min}$$

a.) $P(X = 0) = \frac{e^{-1,5}(1,5)^0}{0!} = 0,2231$

b.) $P(X > 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = 1 - \frac{e^{-2,5}(2,5)^0}{0!} - \frac{e^{-2,5}(2,5)^1}{1!} - \frac{e^{-2,5}(2,5)^2}{2!} = 0,4562$

Exe 23. Definamos as seguintes variáveis:

$X :=$ número de acidentes de trabalho na seção A
$Y :=$ número de acidentes de trabalho na seção B

Portanto temos que $X \sim Poi(\lambda_x)$ e $Y \sim Poi(\lambda_y)$, onde $\lambda_x = 2\frac{acid}{dia}$ e $\lambda_y = 3\frac{acid}{dia}$. Então supondo que X e Y são independentes, temos:

$$P(3 \;\; acidentes \;\; total) = P(X=0)P(Y=3) + P(X=1)P(Y=2) + P(X=2)P(Y=1) + P(X=3)P(Y=0)$$

$$= \frac{e^{-2}(2)^0}{0!}\frac{e^{-3}(3)^3}{3!} + \frac{e^{-2}(2)^1}{1!}\frac{e^{-3}(3)^2}{2!} + \frac{e^{-2}(2)^2}{2!}\frac{e^{-3}(3)^1}{1!} + \frac{e^{-2}(2)^3}{3!}\frac{e^{-3}(3)^0}{0!} = 0{,}1203.$$

Exe 24. Seja $p = 0.8$ a probabilidade de um lançamento bem sucedido. Suponha que as tentativas de lançamento sejam feitas até que tenham ocorrido 3 lançamentos bem sucedidos. Aquí usaremos a distribuição de $Pascal(r, p)$. Para detalhes veja pagina 167 do livro do prof. Pedro Morettin, exercício 57.
Seja $X :=$ número de tentativas.

a). $P(X = 5) = \binom{5-1}{3-1}(0.8)^3(0.2)^2 = 0.1228$

b). $P(X < 5) = 1 - P(X \geq 5) = 1 - P(X = 5) = 1 - 0.1228 = 0.8772$

c). Se $X :=$ número de tentativas até a ocorrência do terceiro sucesso, então $X \sim Pascal(r = 3, p = 0.8)$.

d). Se $Y :=$ número de tentativas até a ocorrência do $r-$ésimo sucesso, então $Y \sim Pascal(r, p)$