Prova Substitutiva de MAT 236 - Funções Diferenciáveis e Séries - IMEUSP
18/07/2022

Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

Nome : ______________________________
N$^{\underline{o}}$USP : ______________________________
Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Justifique todas as passagens.
Boa Sorte!

1. Considere a função $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por,

$$F(x, y) = (u, v) \text{ com } (u, v) = (xy^5 + y, x^3 + y^2).$$

   (a) Mostre que a função F é inversível em uma vizinhança do ponto $(-1, 1)$ [isto é, em um aberto que contém o ponto $(-1, 1)$] e que sua função inversa G é de classe C^1 em uma vizinhança do ponto $F(-1, 1) = (u_0, v_0)$. Determine o ponto (u_0, v_0).

   (b) Determine $\frac{\partial G}{\partial v}(u_0, v_0)$.

2. (a) Esboce a intersecção das superfícies (e as próprias superfícies)

$$x^2 + 4y^2 + z^2 = 4 \quad \text{e} \quad x + y + z = 1 \; .$$

(b) Ache os pontos de tal interseção que estão mais afastados da origem.

3. (a) Calcule a soma da série

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k+1)(k+2)(k+3)}.$$

(b) Determine se converge ou não a série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!\,2^n}{n^n}.$$

4. Dê os primeiros quatro termos não nulos da série de potências para a divisão

$$Q(x) = \frac{1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5 + 6x^6 + 7x^7 + \cdots}{-1 + 2x + 1x^2 + 4x^3 + 3x^4 + 6x^5 + 5x^6 + 8x^7 + 7x^8 + \cdots}.$$