

2ª Prova de MAT 236 - Funções Diferenciáveis e Séries - IMEUSP
11/07/2022

Nome : _____
NºUSP : _____
Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Q	N
1	
2	
3	
4	
Total	

**Justifique todas as passagens.
Boa Sorte!**

1. Escreva o desenvolvimento em séries de potências em torno da origem (no plano complexo ou na reta real, como preferir) e dê o raio de convergência (ou domínio de convergência, ou bola aberta de convergência em \mathbb{C} , ou intervalo aberto de convergência em \mathbb{R} , conforme tua preferência) para as funções abaixo.
 - (a) $\operatorname{sen} z$
 - (b) $\operatorname{cos} z$
 - (c) $\exp(z) = e^z$
 - (d) $\ln(1 + z)$
 - (e) $\arctan(z)$.

Sugestão. Se preferir, considere o caso real e troque $z \in \mathbb{C}$ por $x \in \mathbb{R}$.

2. (a) Calcule a soma da série

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{(4n+1)(4n+5)}.$$

(b) Determine se converge ou não a série

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

3. (a) Mostre que a série dada converge uniformemente no intervalo dado.

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} \text{ no intervalo } [-r, r], \text{ onde } r > 0.$$

- (b) Encontre o raio de convergência ρ da série de potências abaixo.

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n}{1 + 3^n} x^n.$$

4. Dê os primeiros quatro termos não nulos da série de potências para a divisão

$$Q(x) = \frac{-1 + 2x + 1x^2 + 4x^3 + 3x^4 + 6x^5 + 5x^6 + 8x^7 + 9x^8 + \dots}{1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + 5x^5 + 6x^6 + 7x^7 + \dots}.$$