CÁLCULO IV - MAT 221

3º LISTA DE EXERCÍCIOS

2º Semestre de 2008

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1) Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{a_n+1}{a_n}$ e $\lim \sqrt[n]{a_n}$, $a_n = \dfrac{n!}{n^n}$.

2) Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} \displaystyle\int\int_{A_n} \overline{e}^{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy$, onde A_n é o círculo $x^2+y^2 \leq n^2$, $n \geq 1$.

3) Calcule:

(a) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(\dfrac{n+2}{n+1}\right)^n$

(b) $\lim\limits_{n\to+\infty} \left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$ para $x<0$, $x=0$ e $x>0$

(c) $\lim\limits_{n\to-\infty} \left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$

4) Estude, com relação à convergência ou divergência:

(a) $\displaystyle\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{1}{k\ \ln k\ \ln(\ln k)}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{k}{k^2+1}$

(c) $\displaystyle\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{1}{k^2\ \ln(k)}$

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n\sqrt[n]{n}}$

(e) $\displaystyle\sum_{k=3}^{+\infty} \frac{k^2+5}{k^2\ (\ln k)^3}$

5) A série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}$ é convergente ou divergente? Justifique.

6) Seja $0<\alpha<1$. Mostre que a série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1}\frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$ é convergente (esta série não é alternada).

7) Seja $0 < \alpha < 1$. Mostre que $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$ é uma série alternada convergente.

8) Determine x para que a série seja convergente:

(a) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{x^n}{\ln(n)}$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n^2}$

(c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}\ x^{2n}$

(d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}\ \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

(e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n \cdot x^n$

9) Determine o domínio e esboce o gráfico:

(a) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} x^n$

(b) $f(x) = \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n \cdot x^n$