

2ª PROVA DE CÁLCULO III - MAT216 - IFUSP

5 de maio de 2014

Nome : _____

NºUSP : _____

Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
Total	

Escolha 5 questões.
Justifique todas as passagens
BOA SORTE!

1. Consideremos o retângulo $R = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \text{ e } 0 \leq y \leq 1\}$. Calcule

$$\iint_R \frac{xy \sin x}{1 + 4y^2} dx dy.$$

2. Inverta a ordem de integração.

$$\int_0^1 \left[\int_{\sqrt{x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy \right] dx.$$

3. Seja $a > 0$. Calcule

$$\int_0^a \left[\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2} dy \right] dx.$$

4. Calcule o volume do conjunto

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ e } x^2 + z^2 \leq 1\}.$$

5. Seja $B = \{(x, y, z) : 1 \leq x + y \leq 2, 0 \leq x + 2y - z \leq 1 \text{ e } 0 \leq z \leq 1\}$. Calcule

$$\iiint_B \sqrt{x+y} \sqrt[3]{x+2y-z} \, dx \, dy \, dz.$$

6. Calcule

$$\int_{\gamma} 2ydx + zdy + xdz,$$

onde γ é a intersecção das superfícies [em \mathbb{R}^3]

$$x^2 + 4y^2 = 1 \text{ e } x^2 + z^2 = 1, \text{ com } y \geq 0 \text{ e } z \geq 0,$$

sendo o sentido de percurso do ponto $(1, 0, 0)$ para o ponto $(-1, 0, 0)$. Faça um esboço das superfícies e da intersecção.

7. Sejam $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções de classe C^1 . Suponha que $f(x) < g(x)$ para todo x em $[a, b]$. Seja

$$B = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ e } f(x) \leq y \leq g(x)\}.$$

Seja γ a fronteira de B orientada no sentido anti-horário. Mostre que

$$\int_{\gamma} P dx = \iint_B -\frac{\partial P}{\partial y} dx dy,$$

onde P é de classe C^1 em um aberto contendo a região B .

8. Seja Ω o interior do conjunto hachurado.

Seja $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma curva de classe C^1 por partes com imagem contida em Ω , com ponto inicial $\gamma(0) = (1, 1)$ e ponto final $\gamma(1) = (2, 2)$. Calcule

$$\int_{\gamma} \frac{-y}{x^2 + y^2} dx + \frac{x}{x^2 + y^2} dy.$$