MAT 216 - Cálculo III - Bacharelado em Física - IFUSP
Lista 10
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira
Primeiro Semestre de 2014

1. a) Resolva a equação $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{3dx}{dt} + 2x = 0$.

   b) Determine uma solução de a) satisfazendo $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

   c) Esboce o gráfico da solução em b).

2. Resolva as equações:

   a) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 0$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - 4x = 0$ c) $\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$

   d) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0$ e) $2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - x = 0$

3. A equação $x'' + bx' + cx = P(t)e^{\gamma t}$, P um polinômio e $\gamma \in \mathbb{R}$ tem em $x_p(t) = Q(t)e^{\gamma t}$ uma solução particular se se somente se,

$$Q'' \; + \; p'(\gamma)Q' \; + \; p(\gamma)Q = P.$$

   Tal solução particular existe e podemos supor,

   (a) grau(Q) =grau(P), se γ não é raíz característica da equação.

   (b) $Q(t) = tP_1(t)$, grau(P_1) =grau(P), se γ é raíz simples.

   (c) $Q(t) = t^2P_1$, grau(P_1) =grau(P), se γ é raíz dupla.

4. Resolva as equações.

   (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = 1$

   (b) $x''(t) + x'(t) + x(t) = t$

   (c) $y''(t) - 2y'(t) + 2y(t) = t^2$

   (d) $y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 1 + t + t^2$

   (e) $x''(t) - 6x' + 9x = (2t^3 + 3t^2)e^{3t}$

   (f) $y''(t) - 2y'(t) + 6y(t) = (4t^4 + 5t^5)e^{2t}$.

5. Determine a solução geral de

a) $\ddot{x} + x = e^{-t}$

b) $\frac{d^2x}{dt^2} - x = \cos t$

c) $\frac{dx}{dt} + x = t + t^2$

d) $\ddot{x} - 4\dot{x} + 5x = e^{2t}\cos t$

e) $\ddot{x} - 8x = t^2 e^{2t}$

f) $\ddot{x} + 4x = t^2 \sin t$

6. Determine a solução do problema

(a) $x'' + 4x = \cos t$, $x(0) = 1$ e $x'(0) = -1$.

(b) $x'' + 6x' + 9x = e^{-3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

(c) $x'' + 4x = \text{sen}2t$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

(d) $x'' + 4x = 5e^{3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

7. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

(a) $x''' - 4x'' + 5x' - 2x = t^2 e^t$.

(b) $x''' - 4x'' + 6x' - 4x = t\ e^t\ \cos t$

(c) $x'' - 2x' + 2x = t^2 e^t\ \cos\ t$.

(d) $x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^5 e^{3t}$

(e) $x'' - 2x' + 2x = t^2 e^t \text{sen}(3t + 5)$

8. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

(a) $x''' - x' = 3e^{2t}$

(b) $x^{(4)} - 7x''' + 18x'' - 20x' + 8x = t^3 e^{2t}$

(c) $x^{(4)} - 19x'' - 6x' + 72x = 5t^3 e^{-3t}$

(d) $x^{(4)} + 8x'' + 16x = t^3 \text{sen}2t$

(e) $x'' + 2x' + 2x = e^{\alpha t}\text{sen}\beta t$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Dicas: ache as raízes características.

9. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

   a) $\frac{dy}{dt} - y = te^t, y(0) = 1$

   b) $\ddot{x} + 4x = \cos 2t, x(0) = \dot{x}\,(0) = 0$

   c) $\frac{d^4x}{dt^4} - 16x = -15\sin t, x(0) = 0, \dot{x}\,(0) = 1, \ddot{x}\,(0) = 0, \dddot{x}\,(0) = -1$

10. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

   a) $\frac{dy}{dt} - y = t\cos(5t)e^t$, com $y(0) = 1$

   b) $\ddot{x}\,(t) + 4x(t) = t^4e^{2t}$, com $x(0) = \dot{x}\,(0) = 0$

11. Determine a solução geral da edo

$$x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^4e^{3t}.$$

12. Determine a solução geral de

$$x^{(4)} - 5x^{(3)} + 12x^{(2)} - 19x^{(1)} + 10x = t^2e^t\cos 2t.$$

13. Determine a solução geral de

$$y''' - 3y'' + 4y' - 12y = x^2e^{2x} + x\sin(3x).$$

   Sugestão. Determine uma solução particular para a edo $P(d/dt)y = x^2e^{2x}$ e uma solução particular para a edo $P(d/dt)y = x\sin(3x)$