

3ª PROVA DE CÁLCULO III - IMEUSP - MAT211

02 de julho de 2012

Nome : _____

NºUSP : _____

Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Total	

Escolha 5 entre as 6 questões.

Justifique todas as passagens. Desenhe as figuras apropriadas.

BOA SORTE!

1. Calcule

$$\oint_{\gamma} \vec{F} \cdot d\gamma,$$

onde

$$\vec{F}(x, y) = 4x^3y^3\vec{i} + (3x^4y^2 + 5x)\vec{j}$$

e γ é a fronteira do quadrado de vértices $(-1, 0)$, $(0, -1)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$ orientada no sentido anti-horário.

2. Calcule a área da parte do parabolóide elíptico

$$z = x^2 + 2y^2$$

que se encontra dentro do cilindro

$$4x^2 + 16y^2 \leq 1.$$

3. Calcule a massa da superfície

$$z^2 = x^2 + y^2, \quad 1 \leq z \leq 2,$$

com função densidade superficial de massa

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

4. Calcule

$$\iint_{\sigma} \vec{F} \cdot \vec{n} dS,$$

sendo

$$\vec{F}(x, y, z) = xy \vec{i} + yz \vec{j} + z^2 \vec{k}$$

e σ a fronteira de

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \text{ e } 0 \leq z \leq 4\},$$

com normal unitária exterior \vec{n} .

5. Calcule

$$\iint_{\sigma} \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS,$$

onde

$$\vec{F}(x, y, z) = y \vec{i} + x \vec{j} + xz \vec{k}$$

e σ é a superfície

$$z = x + y + 2 \quad \text{e} \quad x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1,$$

sendo \vec{n} a normal unitária que aponta para baixo.

6. Calcule

$$\iint_{\sigma} \operatorname{rot} \vec{F} \cdot \vec{n} \, dS,$$

onde

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2} (-y \vec{i} + x \vec{j} + z^2 \vec{k})$$

e σ é a superfície

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

sendo \vec{n} a normal unitária exterior.