

2ª PROVA DE CÁLCULO III - IMEUSP - MAT211

21 de maio de 2012

Nome : _____
NºUSP : _____
Professor : Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Extra	
Total	

Escolha 5 questões entre as 6 primeiras questões.

Justifique todas as passagens

BOA SORTE!

1. Consideremos o retângulo $A = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2 \text{ e } 0 \leq y \leq 1\}$. Calcule

$$\iint_A \frac{1}{1 + x^2 + 2xy + y^2} dx dy.$$

2. Inverta a ordem de integração.

$$\int_0^3 \left[\int_{x^2-2x}^{\sqrt{3x}} f(x, y) dy \right] dx.$$

3. Calcule

$$\int_0^1 \left[\int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} xy dy \right] dx.$$

4. Calcule o volume do conjunto

$$\left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x^2 + 9y^2 + z^2 \leq 4 \text{ e } 4x^2 + 9y^2 \leq 1 \right\}.$$

5. Seja $B = \{(x, y, z) : 1 \leq x + y \leq 2, 0 \leq x + 2y - z \leq 1 \text{ e } 0 \leq z \leq 1\}$. Calcule

$$\iiint_B \sqrt{x+y} \sqrt[3]{x+2y-z} \, dx \, dy \, dz.$$

6. Calcule

$$\int_{\gamma} \frac{-y}{4x^2 + y^2} dx + \frac{x}{4x^2 + y^2} dy,$$

onde γ tem por imagem a elipse $4x^2 + y^2 = 9$ e sentido de percurso anti-horário.

EXTRA. Sejam $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ duas funções de classe C^1 . Suponha que $f(x) < g(x)$ para todo x em $[a, b]$. Seja

$$B = \{(x, y) : a \leq x \leq b \text{ e } f(x) \leq y \leq g(x)\}.$$

Seja γ a fronteira de B orientada no sentido anti-horário. Mostre que

$$\int_{\gamma} P dx = \iint_B -\frac{\partial P}{\partial y} dx dy,$$

onde P é de classe C^1 em um aberto contendo a região B .