

5ª Lista de Cálculo I - MAT144 - IO

1º semestre de 2010

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Dados:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{se } x \leq 1 \\ x + 1, & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ 2, & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

- a) Mostre que  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  e portanto,  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  não existe.  
b) Mostre que  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$  e portanto,  $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$  não existe.  
c) Determine fórmulas para  $f(x) \cdot g(x)$ .  
d) Prove que  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)g(x)$  existe, mostrando que  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)g(x)$ .

2. Dê o valor  $f(p)$ , se existir, para que  $f = f(x)$  seja contínua em  $p$ . Justifique.

a)  $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ ,  $p = 2$

b)  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x}$ ,  $p = 0$

c)  $f(x) = \frac{|x|}{x}$ ,  $p = 0$

d)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x - 3}, & \text{se } x \neq 3 \\ 4, & \text{se } x = 3; \end{cases} \quad p = 3$

3. Calcule e justifique:

a)  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{2x - 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{9x^2 - 1}{3x + 1}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3}}{x - 3}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{2x + 3} - \sqrt{5}}$

4. Determine  $L$  para que a função dada seja contínua no ponto dado. Justifique.

a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{se } x \neq 2 \\ L, & \text{se } x = 2 \end{cases} \quad \text{em } p = 2$

b)  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}, & \text{se } x \neq 3 \\ L, & \text{se } x = 3 \end{cases} \quad \text{em } p = 3$

5. Calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2}{3x^3 + x^4 + x}$

c)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^4 - 5x - 6}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 + 3x - 4}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{7}}{\sqrt{x+7} - \sqrt{14}}$

6. Dada  $g(x) = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 2 \\ \frac{x^2}{2}, & \text{se } x < 2 \end{cases}$ , calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$  e  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{g(x) - g(2)}{x - 2}$

7. Calcule, caso exista,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$  onde:

a)  $f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$

b)  $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}, & \text{se } x \neq 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \end{cases}$

8. Calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} 3x}{x}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{sen} x}{x - \pi}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{sen} x}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\operatorname{tg} x \operatorname{sen} x}$

g)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{sen} 4x}$

h)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$

i)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \operatorname{sen} x}{2x - \pi}$

j)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{sen} \frac{1}{x}$

l)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\operatorname{tg}(x - p)}{x^2 - p^2}, p \neq 0$

m)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\operatorname{sen}(x^2 - p^2)}{x - p}$

9 Calcule os limites :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow p} \frac{\sqrt[n]{x} - \sqrt[n]{p}}{x - p}$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{\frac{3 + x^2}{x}}$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\text{g) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2}$$

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ 2 - \frac{1}{x} \right]$$

$$\text{k) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{x + 3}$$

$$\text{m) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^4 - 2x + 1}{4x^4 + 3x + 2}$$

$$\text{o) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 + 1}{x^4 + 2x + 3}$$

$$\text{q) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 + 3}}$$

$$\text{s) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 2x - 1}}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$\text{u) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$\text{w) } \lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x + 1} - \sqrt{x + 3}]$$

$$\text{y) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - x^2}{3x + 5}$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{x - 4}$$

$$\text{d) } \lim_{t \rightarrow 2} \frac{t + 2}{t^2 - 4}$$

$$\text{f) } \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{2y^3 - 4}{5y + 3}$$

$$\text{h) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^3}$$

$$\text{j) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x + 3}$$

$$\text{l) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 2x + 3}{3x^2 + x + 1}$$

$$\text{n) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 + 3x + 1}$$

$$\text{p) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{5 + \frac{2}{x}}$$

$$\text{r) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{3x + 2}$$

$$\text{t) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{x^2 + 3}$$

$$\text{v) } \lim_{x \rightarrow +\infty} [x - \sqrt{x^2 + 1}]$$

$$\text{x) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x + 1}$$

$$\text{z) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 4}{\sqrt{2x^2 - 5}}$$

10. Calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 3x + 2)$

b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (5 - 4x + x^2 - x^5)$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 + 2x + 1)$

d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x + 3)$

e)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^3 + 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3 - 6x + 1}{6x^2 + x + 3}$

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + 1}{x + 3}$

h)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x+3}}{2x - 1}$

i)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [2x - \sqrt{x^2 + 3}]$

j)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - 1}]$

k)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt[3]{2 + 3x^3})$

l)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 6x + 9}$

m)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$

n)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x + 3}{x^2 - 1}$

o)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{3x^2 - 4}{1 - x^2}$

p)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\text{sen } x}{x^3 - x^2}$

q)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x + 1}{x^2 + x}$

r)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$

11. Calcule (as derivadas de quatro funções trigonométricas):

a)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\text{sen } x - \text{sen } p}{x - p}$

b)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\text{cos } x - \text{cos } p}{x - p}$

c)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\text{tg } x - \text{tg } p}{x - p}$

d)  $\lim_{x \rightarrow p} \frac{\text{sec } x - \text{sec } p}{x - p}$

12. Dada  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ , verifique que  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ . É  $f$  contínua em 1? Por quê?

13. Calcule:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt[3]{\frac{x^3 + 1}{x + 1}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$