$4^{\underline{a}}$ Lista de Cálculo I - MAT144 - IO
$1^{\underline{o}}$ semestre de 2010
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Encontre uma nova equação do gráfico da equação dada após uma translação de eixos convenientes. Trace os eixos originais e os novos e um esboço do gráfico.

   a) $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$ b) $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 13 = 0$

   c) $y^2 - 6x + 9 = 0$ d) $y^2 + 3x - 2y + 7 = 0$

   e) $25x^2 + y^2 - 50x + 20y - 500 = 0$ f) $(y+1)^2 = 4(x-2)^3$

2. Esboce as regiões no plano definidas pelas desigualdades.

   a) $y > 3x - 1$
   b) $y \leq 3x - 1$
   c) $3x - 5 \geq 0$
   d) $2x - 4y + 5 \leq 0$
   e) $9x + 3y - 7 \geq 0$
   f) $y - 4x^2 < 0$
   g) $2x^2 + 9y \geq 0$
   h) $x^2 + y^2 < 16$
   i) $x^2 + y^2 \geq 25$
   j) $x^2 + 4y + 6x + 8 < 0$
   k) $2x + y \leq 4\ ,\ y - 2x \leq 4$
   l) $2x + y \geq 4\ ,\ y - 2x \geq 4$
   m) $-1 < x - y \leq 2$
   n) $3 + y \leq x \leq y - 4$
   o) $x^2 + y^2 \leq 36\ ,\ x \geq 3\ ,\ y \leq 3$
   p) $x - 2y - 4 < 0\ ,\ y > 11 - 6x\ ,\ 4x + 5y < 29$
   q) $x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x^2$
   r) $x \geq 0\ ,\ y \geq 0\ ,\ y - x + 1 \geq 0\ ,\ x + y - 5 \leq 0\ ,\ x + 3y - 8 \leq 0$
   s) $x - y - 1 \leq 0\ ,\ x + y + 1 \geq 0\ ,\ x - y + 1 \geq 0\ ,\ x + y - 1 \leq 0$
   t) $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\ ,\ |x - y| \leq 1$
   u) $x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x^2$
   v) $x^2 + y^2 \geq 16\ ,\ y > x^2$
   w) $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\ ,\ |x| + 2 \leq y \leq |x| + 3$
   x) $x \geq 0\ ,\ y \geq 0\ ,\ y \leq 3\ ,\ x + 4 - 5 \leq 0\ ,\ 2x + y - 8 \leq 0$
   y) $x \geq 1\ ,\ y \leq 0\ ,\ 2x - y - 4 \leq 0\ ,\ 3x - y - 4 \leq 0\ ,\ x + y - 7 \leq 0$
   z) $x^2 - y + 1 < 0\ ,\ x + y - 4 > 0$

3. Determine o domínio maximal em que a função abaixo é inversível e a função inversa.

   a) $f(x) = \dfrac{1+3x}{5-2x}$ b) $f(x) = \sqrt{2+5x}$

   c) $y = ln(x+3)$ d) $y = \dfrac{1+e^x}{1-e^x}$

4. Determine uma fórmula explícita para f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1}, no mesmo plano.

   a) $f(x) = 1 - \dfrac{2}{x^2}\ ,\ x > 0$

   b) $f(x) = \sqrt{x^2+2x}\ ,\ x > 0$

5. Suponha dado o gráfico de f. Escreva uma equação para cada um dos gráficos obtidos a partir do gráfico de f da forma abaixo:

   a) deslocando 2 unidades para cima.

   b) deslocando 2 unidades para baixo.

   c) deslocando 2 unidades para a direita.

   d) deslocando 2 unidades para a esquerda.

   e) refletindo em torno do eixo x.

   f) refletindo em torno do eixo y.

   g) esticando verticalmente por um fator de 2.

   h) encolhendo verticalmente por um fator de 2.

   i) esticando horizontalmente por uma fator de 2.

   j) encolhendo horizontalmente por um fator de 2.

6. Encontre o valor do limite e justifique:

   a) $\lim\limits_{y\to 2} \ (y^3 - 2y^2 + 3y - 4)$ b) $\lim\limits_{t\to 3} \dfrac{t^2-5}{2t^3+6}$

   c) $\lim\limits_{s\to 1} \dfrac{s^3-1}{s-1}$ d) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{3x^2-17x+20}{4x^2-25x+36}$

   e) $\lim\limits_{x\to -3} \dfrac{x^2+5x+6}{x^2-x-12}$ f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

   g) $\lim\limits_{y\to -2} \dfrac{y^3+8}{y+2}$ h) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{2x^3-5x^2-2x-3}{4x^3-13x^2+4x-3}$

   i) $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{h+1}-1}{h}$

7. Se $h(x) = \dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x}$, mostre que $\lim\limits_{x\to 0} h(x) = \dfrac{1}{6}$, mas $h(0)$ não está definida.

8. Seja $f(x) = \begin{cases} 2x-1, \text{ se } x \neq 2 \\ 1, \text{se } x = 2 \end{cases}$

   a) Determine $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ e mostre que $\lim\limits_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2-9, \quad \text{se } x \neq -3 \\ 4, \text{ se } x = -3 \end{cases}$

   a) Determine $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$ e mostre que $\lim\limits_{x\to -3} f(x) \neq f(-3)$.

   b) Esboce o gráfico de f.

10. Esboce o gráfico e determine o limite indicado, se ele existir; se o limite não existir dê a razão.

    a) $f(x) = \begin{cases} 2, \text{ se } x < 1 \\ -1, \quad \text{se } x = 1 \\ -3, \text{ se } 1 < x \end{cases}$

    i) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ ii) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$ iii) $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

    b) $g(s) = \begin{cases} s+3, \text{ se } s \leq -2 \\ 3-s, \text{ se } -2 < s \end{cases}$

    i) $\lim\limits_{s\to -2^+} g(s)$ ii) $\lim\limits_{s\to -2^-} g(s)$ iii) $\lim\limits_{s\to -2} g(s)$

    c) $f(x) = \begin{cases} x^2, \text{ se } s \leq 2 \\ 8-2x, \text{ se } 2 < x \end{cases}$

    i) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$ ii) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ iii) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

    d) $g(t) = \begin{cases} 3+t^2, \text{ se } t < -2 \\ 0, \text{ se } t = -2 \\ 11-t^2, \text{ se } -2 < t \end{cases}$

    i) $\lim\limits_{t\to -2^+} g(t)$ ii) $\lim\limits_{t\to -2^-} g(t)$ iii) $\lim\limits_{t\to -2} g(t)$

Revisão de composição de funções e de logaritmo.

11. Se $f(x) = lnx$ e $g(x) = x^2 - 9$, encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$ e seus domínios.

12. Calcule:

a) $log_{10}\ 100$	b) $log_{\frac{1}{2}}\ 16$
c) $log_{\frac{1}{2}}\ \sqrt{2}$	d) $log_9\ \sqrt{3}$
e) $log_3\ 243$	f) e^{2ln3}
g) $log_{10}\ 25 + log_{10}\ 4$	h) $log_{10}\ 50$

13. Sob condições ideais uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que população inicial é de N bactérias, determine:
    a) a população após 15 horas.
    b) a população após t horas.
    c) o gráfico da função população, $p = p(t)$.
    d) o tempo para a população atingir $50.000N$ bactérias.

14. Um isótopo de sódio ^{24}Na, tem uma vida média de 15 horas. Uma mostra desse isótopo tem massa $2g$. Determine:
    a) a quantidade remanescente após 60 horas.
    b) a quantidade remanescente após t horas.
    c) o gráfico da função quantidade remanescente, $q = q(t)$.
    d) o tempo necessário para que a massa fique reduzida a $0,001g$.

Exercício Extra.

15. Mostre que as retas $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ e $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, com $a_i, b_i, c_i \in I\!R$, $a_i^2 + b_i^2 \neq 0$, para $i = 1, 2$, são paralelas se e somente se $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$.