

MAT144 - Cálculo 1 - IO - Lista 2
1^o semestre de 2010
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Ache a equação da circunferência, no plano, de centro P e raio r dados:
(a) $P = (4, 6)$; $r = 3$ (b) $P = (-5, -9)$; $r = 7$ (c) $P = (-3, 7)$; $r = \sqrt{5}$.

2. Em cada caso, ache a equação da circunferência determinada pelas condições dadas e esboce a circunferência.
(a) Centro $(2, 3)$ e passando por $(-1, -2)$.
(b) As extremidades de um diâmetro são $(-3, 2)$ e $(5, -8)$.
(c) Centro $(4, 5)$ e tangente ao eixo x .
(d) Centro $(-4, 1)$ e tangente à reta $x = 3$.
(e) Centro $(-2, 3)$ e tangente à reta $4y - 3x + 2 = 0$.
(f) Centro na reta $x + y = 1$ e passando por $(-2, 1)$ e $(-4, 3)$.
(g) Centro na reta $y = 3x$ e tangente à reta $x = 2y$ no ponto $(2, 1)$.

3. Determine a equação da parábola cujo foco F e cuja reta diretriz r são dadas em cada um dos casos seguintes. Esboce a parábola, o foco F e a reta diretriz r .
a) $F = (1, 1)$ e $r : y + 1 = 0$
b) $F = (3, -2)$ e $r : y + 3 = 0$
c) $F = (-1, -1)$ e $r : y - 2 = 0$.

4. Determine as coordenadas do foco e a equação da reta diretriz de cada parábola nos casos seguintes (esboce a parábola e indique o foco e a reta diretriz).
a) $y = x^2 + x + 1$
b) $y = \frac{1}{6}x^2 - x + 3$
c) $x = y^2$
d) $x = y^2 - 2y + 1$.

5. Determine a equação da parábola que tem foco $F = (0, 0)$ e reta diretriz dada por $r : 3x + 4y + 1 = 0$. Faça um esboço.

6. Ache a equação da elipse em cada um dos casos seguintes e esboce as elipses:
- eixo maior paralelo ao eixo Ox e de comprimento 8;
eixo menor de comprimento 2; centro $C = (2, -1)$.
 - eixo maior paralelo ao eixo Oy e de comprimento 10;
eixo menor de comprimento 4; centro $C = (0, -3)$.
 - focos: $F_1 = (-2, 0)$ e $F_2 = (4, 0)$; eixo menor de comprimento 8.
 - excentricidade $e = \frac{\text{distância focal}}{\text{comprimento do eixo maior}} = \frac{1}{4}$;
focos $F_1 = (-1, 0)$ e $F_2 = (1, 0)$.
 - eixo maior paralelo ao eixo Oy ; eixo menor de comprimento 6;
excentricidade $e = \frac{1}{3}$; centro $C = (-1, 1)$.
7. Em cada caso dado abaixo tem-se a equação de uma elipse. Determine os semi-eixos maior e menor, a distância focal, a excentricidade e as coordenadas do centro e dos focos e esboce as elipses indicando seus elementos.
- $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
 - $x^2 + 4y^2 = 16$
 - $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{3} = 1$
 - $5x^2 + 3y^2 = 15$
 - $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{7} = 1$.
8. Determine a equação da hipérbole em cada um dos casos seguintes. Esboce as hipérbolas e indique seus elementos.
- comprimento do eixo real e horizontal 12;
comprimento do eixo transversal (imaginário) 4; centro $C = (-1, 3)$.
 - comprimento do eixo real e vertical 2;
excentricidade $e = \frac{\text{distância focal}}{\text{comprimento do eixo real}} = 3$; centro $C = (0, 4)$.
 - excentricidade $e = 2$; focos $F_1 = (-3, 0)$ e $F_2 = (5, 0)$.
 - comprimento do eixo real 4; focos $F_1 = (0, 2)$ e $F_2 = (0, 9)$.
9. Em cada um dos casos abaixo é dada a equação de uma hipérbole. Determine os semi-eixos, a distância focal, a excentricidade, as coordenadas do centro e dos focos e as equações das assíntotas. Esboce as hipérbolas e indique seus elementos.
- $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 2$
 - $x^2 - y^2 = 7$
 - $5x^2 - 4y^2 = 20$
 - $\frac{(y-1)^2}{5} - \frac{(x+2)^2}{4} = 1$
 - $3x^2 - 5y^2 + 6x - 12 = 0$
 - $x^2 - 4y^2 + 8y - 20 = 0$

10. Resolva as equações abaixo, satisfazendo as condições dadas sobre suas raízes.
- $x^3 - x^2 - 14x + 24 = 0$, -4 é uma raiz.
 - $x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6 = 0$, -1 e 2 são raízes.
 - $x^4 + 4x^3 + 13x^2 + 36x + 36 = 0$, -2 é raiz dupla.
 - $x^5 + 5x^4 + 6x^3 - 2x^2 - 7x - 3 = 0$, -1 é raiz tripla.
11. Determine os valores de $a, b \in \mathbb{R}$ tais que -4 é raiz dupla de $x^4 + 8x^3 + 17x^2 + ax + b = 0$.
12. Resolva a equação $x^3 - 9x^2 + 11x + 21 = 0$ sabendo que suas raízes formam uma progressão aritmética.
13. Resolva a equação $2x^3 - 21x^2 + 42x - 16 = 0$ sabendo que suas raízes formam uma progressão geométrica.
14. Sendo a, b e c as raízes da equação $3x^3 - 4x^2 + 2x + 6 = 0$, calcule o valor da expressão $a^2 + b^2 + c^2$. Sugestão: desenvolva $(a + b + c)^2$.
15. Sendo a, b e c as raízes da equação $5x^3 - 7x + 12 = 0$, calcule o valor da expressão $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$.
16. Resolva a equação $x^3 - 4x^2 - 3x + 18 = 0$, sabendo que ela possui uma raiz dupla.
17. Resolva as equações:
- $3x^3 - 7x^2 - 14x + 24 = 0$
 - $x^4 - 8x^3 + 13x^2 + 12x - 10 = 0$
 - $3x^4 - 4x^3 + x^2 + 6x - 2 = 0$
 - $x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 8x = 0$
 - $2x^3 + 7x^2 - 10x - 24 = 0$
 - $x^4 - 9x^3 + 25x^2 - 17x - 12 = 0$
 - $4x^4 - 24x^3 + 55x^2 - 52x + 15 = 0$

Soluções para o exercício 17:

$$(a) S = \left\{\frac{4}{3}, -2, 3\right\} \quad (b) S = \{5, -1, 2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\} \quad (c) S = \left\{-1, \frac{1}{3}, 1 + i, 1 - i\right\}$$

$$(d) S = \{0, 1, -2, 4\} \quad (e) S = \left\{2, -\frac{3}{2}, 4\right\} \quad (f) S = \{3, 4, 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}\}$$

$$(g) S = \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2 + i, 2 - i\right\}.$$