

MAT144 - IO - 1º semestre de 2010

Lista 1 de Exercícios

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

- Faça um esboço indicando os pontos (x, y) do plano para os quais:
 - $x < 2$
 - $-1 < y \leq 2$
 - $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq 1$
 - $x = -1$
 - $y = 3$
 - $x = y$
- Utilize a fórmula da distância para mostrar que os pontos $(-2, 1)$, $(2, 2)$ e $(10, 4)$ são colineares.
- Mostre que o triângulo cujas vértices são $(3, -3)$, $(-3, 3)$ e $(3\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$ é equilátero.
- Os pontos $(2, -2)$ e $(-6, 5)$ são as extremidades do diâmetro de um círculo. Ache o centro e o raio do círculo.
- Ache o ponto equidistante dos pontos $(-9, 0)$, $(6, 3)$ e $(-5, 6)$.
- Se a, b são dois números reais quaisquer, verifique que:
 - Os pontos (a, b) e $(a, -b)$ são simétricos em relação ao eixo x .
 - (a, b) e $(-a, b)$ são simétricos em relação ao eixo y .
 - (a, b) e $(-a, -b)$ são simétricos em relação à origem.
- Que afirmação de simetria pode ser feita sobre os pontos (a, b) e (b, a) ?
- Em cada um dos casos abaixo, coloque a figura numa posição conveniente em relação ao sistema de coordenadas e prove as afirmações algebricamente:
 - As diagonais de um paralelogramo se cortam ao meio.
 - A soma dos quadrados das diagonais de um paralelogramo é igual à soma dos quadrados dos lados.
 - O ponto médio da hipotenusa de um triângulo retângulo é equidistante dos três vértices.
- Sejam $P_1 = (x_1, y_1)$ e $P_2 = (x_2, y_2)$ pontos distintos e $P = (x, y)$ sobre o segmento que une P_1 e P_2 .
 - Se P está a um terço do caminho que une P_1 a P_2 então,

$$x = \frac{1}{3} (2x_1 + x_2) \quad \text{e} \quad y = \frac{1}{3} (2y_1 + y_2).$$

- Ache as fórmulas correspondentes para o caso em que P está a dois terços do caminho de P_1 a P_2 .

10. Considere um triângulo arbitrário com vértices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) e (x_3, y_3) . Ache o ponto sobre cada mediana que está a dois terços do caminho do vértice ao ponto médio do lado oposto. Realize os cálculos separadamente para cada mediana e verifique que esses três pontos são um único ponto, com coordenadas

$$\frac{1}{3} (x_1 + x_2 + x_3) \text{ e } \frac{1}{3} (y_1 + y_2 + y_3).$$

Interpretação: As medianas de qualquer triângulo se interceptam num mesmo ponto, que está a dois terços do caminho de cada vértice ao ponto médio do lado oposto.

Lembrete: As medianas de um triângulo são as três retas que passam, cada qual, por um vértice e pelo ponto médio do lado do triângulo que é oposto ao referido vértice.

11. Represente graficamente os pares de pontos abaixo, esboce a reta que eles determinam e calcule seu coeficiente angular:
- (a) $(-3, 1)$, $(4, -1)$ (b) $(0, -4)$, $(1, 6)$.
12. Escreva a equação de cada uma das retas da questão 11, utilizando a forma ponto-coeficiente angular; depois, reescreva cada uma dessas equações na forma (equação reduzida) $y = mx + b$. Especifique os coeficientes angulares e lineares.
13. Ache a equação da reta:
- (a) $(2, -3)$ e coeficiente angular -4 .
(b) Por $(-4, 2)$ e $(3, -1)$.
(c) Com coeficiente angular $\frac{2}{3}$ e coeficiente linear -4 .
(d) Por $(2, -4)$ e é paralela ao eixo x .
(e) Por $(1, 6)$ e paralela ao eixo y .
(f) Por $(4, -2)$ e paralela a $x + 3y = 7$.
(g) Por $(5, 3)$ e perpendicular a $y + 7 = 2x$
(h) Por $(-4, 3)$ e é paralela à reta determinada por $(-2, -2)$ e $(1, 0)$.
(i) Mediatriz do segmento que une $(1, -1)$ e $(5, 7)$.
14. Ache o ponto de intersecção de cada um dos pares de retas:
- (a) $2x + 2y = 2$ e $y = x - 1$.
(b) $10x + 7y = 24$ e $15x - 4y = 7$