

MAT 1352 - Cálculo II - IFUSP  
Segundo semestre de 2016 - diurno  
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

### Tabelas de Fórmulas Trigonométricas Circulares e Hiperbólicas

Verifique as fórmulas abaixo, assumindo ou a fórmula 1 ou a 2. A terceira é útil para a prova das propriedades de reflexão das cônicas : parábola, elipse e hipérbole. As fórmulas 4 a 11 surgem em mudanças de variáveis no cômputo de integrais diversas. As fórmulas 12 (prostafférese), 13 e 14 surgem em situações várias, especialmente no estudo de séries de Fourier. A fórmula 15 é apropriada para uma rotação de eixos, dada a equação de uma quádrlica.

1.  $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta$
2.  $\operatorname{sen}(\alpha + \beta) = \operatorname{sen} \alpha \cos \beta + \operatorname{sen} \beta \cos \alpha$
3.  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$
4.  $\sec^2 \theta = 1 + \operatorname{tg}^2 \theta$
5.  $\operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \operatorname{cotg}^2 \theta$
6.  $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta$
7.  $\operatorname{sen} 2\theta = 2 \operatorname{sen} \theta \cos \theta$
8.  $\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$
9.  $\operatorname{sen}^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$
10.  $\operatorname{sen} x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ , se  $\cos \frac{x}{2} \neq 0$
11.  $\cos x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}}$ , se  $\cos \frac{x}{2} \neq 0$
12. Fórmulas de prostafférese (transformam produto em adição ou subtração).
  - (a)  $\operatorname{sen} \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)]$
  - (b)  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$
  - (c)  $\operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
13.  $\operatorname{sen} p - \operatorname{sen} q = 2 \operatorname{sen} \left( \frac{p-q}{2} \right) \cos \left( \frac{p+q}{2} \right)$
14.  $\cos p - \cos q = -2 \operatorname{sen} \left( \frac{p+q}{2} \right) \operatorname{sen} \left( \frac{p-q}{2} \right)$
15.  $\cos^2 \theta = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\operatorname{cotg} 2\theta}{\sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 2\theta}} \right)$ .

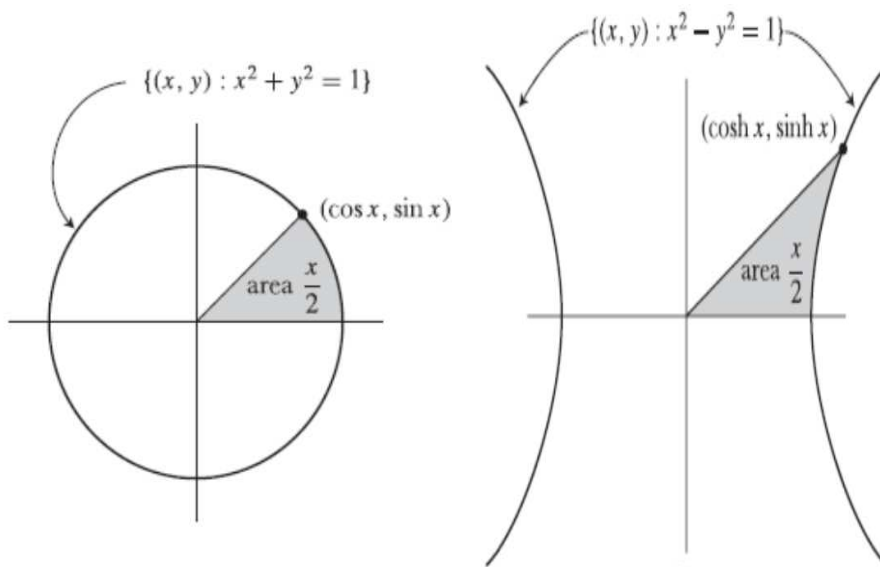


Figura 1: Área do setor circular X área do setor hiperbólico

### Fórmulas Trigonométricas Hiperbólicas

1.  $\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  e  $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  [definições].
2.  $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$ .
3.  $\cosh'(x) = \sinh(x)$ .
4.  $\sinh'(x) = \cosh(x)$ .
5.  $\cosh(2x) = \cosh^2(x) + \sinh^2(x)$ .
6.  $\sinh(2x) = 2 \cosh(x) \sinh(x)$ .
7.  $\cosh^2(x) = \frac{\cosh(2x) + 1}{2}$ .
8.  $\sinh^2(x) = \frac{\cosh(2x) - 1}{2}$ .
9.  $\sinh(x + y) = \sinh(x) \cosh(y) + \cosh(x) \sinh(y)$ .
10.  $\cosh(x + y) = \cosh(x) \cosh(y) + \sinh(x) \sinh(y)$ .
11.  $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$  [definição].
12.  $\operatorname{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)}$  [definição].
13.  $\tanh'(x) = \frac{1}{\cosh^2(x)} = \operatorname{sech}^2(x)$ .