

MAT 1352 - Cálculo II - IFUSP
Lista 6 de Exercícios - Segundo semestre de 2023
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule as integrais abaixo.

a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$

b) $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$

c) $\int_0^{+\infty} e^{-sx} dx \quad (s > 0)$

d) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

e) $\int_0^{+\infty} te^{-t} dt$

f) $\int_0^{+\infty} te^{-st} dt \quad (s > 0)$

g) $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx$

h) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$

i) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{s^2+x^2} dx \quad (s > 0)$

j) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$

l) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x-1} dx$

m) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2-1} dx$

n) $\int_0^{+\infty} \frac{x}{1+x^4} dx$

o) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} dx$

p) $\int_0^{+\infty} e^{-t} \sin t dt$

q) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3+x} dx$

2. Calcule $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx$, onde α é um real dado.

3. Calcule as integrais abaixo.

a) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

b) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^5} dx$

c) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$

d) $\int_{-\infty}^0 xe^{-x^2} dx$

e) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$ onde $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

f) $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x|} dx$

g) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4+x^2} dx$

4. Sejam dados um real $s > 0$ e um natural $n \neq 0$. Verifique as fórmulas abaixo.

$$(a) \int_0^{+\infty} e^{-st} t^n dt = \frac{n}{s} \int_0^{+\infty} t^{n-1} e^{-st} dt \quad (b) \int_0^{+\infty} e^{-st} t^n dt = \frac{n!}{s^{n+1}}.$$

5. Sejam um real $s > 0$ e um real α . Verifique as fórmulas abaixo.

$$a) \int_0^{+\infty} e^{-st} \sin(\alpha t) dt = \frac{\alpha}{s^2 + \alpha^2} \quad (\alpha \neq 0)$$

$$b) \int_0^{+\infty} e^{-st} \cos(\alpha t) dt = \frac{s}{s^2 + \alpha^2}$$

$$c) \int_0^{+\infty} e^{-st} e^{\alpha t} dt = \frac{1}{s - \alpha} \quad (s > \alpha)$$

$$d) \int_0^{+\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s}$$

$$e) \int_0^{+\infty} e^{-st} t dt = \frac{1}{s^2}$$

$$f) \int_0^{+\infty} e^{-st} t e^{\alpha t} dt = \frac{1}{(s - \alpha)^2} \quad (s > \alpha)$$

6. Calcule as integrais abaixo.

$$a) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$b) \int_0^1 \frac{1}{x} dx$$

$$c) \int_1^3 \frac{x^2}{\sqrt{x^3 - 1}} dx$$

$$d) \int_0^1 \ln(x) dx$$

7. Seja $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ não limitada e integrável em $[a, t]$ para todo $a < t < b$. Defina a integral imprópria $\int_a^b f(x) dx$.

8. Calcule as integrais abaixo.

$$a) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$b) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$

$$c) \int_{-1}^2 \frac{1}{4-x^2} dx$$

$$d) \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

9. Seja f não limitada e contínua nos intervalos em $[a, c)$ e $(c, b]$. Defina a integral imprópria $\int_a^b f(x) dx$.

10. Calcule as integrais abaixo.

a) $\int_0^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx$

b) $\int_{-1}^1 \frac{1}{|x|} dx$

11. Seja f contínua em (a, b) e não limitada em $(a, c]$ e em $[c, b)$. Defina a integral imprópria $\int_a^b f(x) dx$.

12. Decida se as integrais abaixo são convergentes ou divergentes.

a) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^5 + 3x + 1} dx$

b) $\int_1^{+\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 + 1} dx$

c) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x^4 + 2x + 1}} dx$

d) $\int_1^{+\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$

e) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 3x}{x^3} dx$

f) $\int_1^{+\infty} \frac{\cos 2x}{x} dx$

g) $\int_4^{+\infty} \frac{2x - 3}{x^3 - 3x^2 + 1} dx$

h) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 \ln(x)} dx$

i) $\int_0^{+\infty} e^{-x} \cos \sqrt{x} dx$

j) $\int_0^{+\infty} \frac{x e^{-x}}{\sqrt{x^2 + x + 1}} dx$

l) $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^6 + x + 1}} dx$

m) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^4 + x^2 + 1} dx$

13. Determine se são convergentes ou divergentes as seguintes integrais

a) $\int_2^{+\infty} \frac{x^6 - x + 1}{x^7 - 2x^2 + 3} dx$

b) $\int_{10}^{+\infty} \frac{x^5 - 3}{\sqrt{x^{20} + x^{10} - 1}} dx$

c) $\int_1^{+\infty} \frac{2x^3 + x^2 + 1}{x^5 + x + 2} dx$

d) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x \ln(x+1)} dx$