Lista 4 B - Cálculo I - Licenciatura em Física (diurno) - IFUSP
MAT 1351 - Primeiro semestre de 2017
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Decomponha em frações parciais as funções

a) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)}$ b) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)^2}$

c) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)^3}$ d) $\dfrac{1}{(x-1)(x+1)^4}$

e) $\dfrac{1}{(x-1)^2(x+1)^2}$ f) $\dfrac{1}{(x-1)^2(x+1)^3}$

g) $\dfrac{1}{(x-1)^3(x+1)^3}$ h) $\dfrac{1}{(x-3)^2(x-2)^2(x-1)^1}$

i) $\dfrac{x}{x^3+2x^2-4x-8}$ j) $\dfrac{x^2}{x^3+x^2-8x-12}$

k) $\dfrac{x^2}{x^3+6x^2-15x-100}$ l) $\dfrac{x^3}{(x-1)^2(x+1)^2}$

m) $\dfrac{x^4}{(x-2)^2(x-1)^2(x+1)^2}$ n) $\dfrac{1}{(x-1)^2(x^2+1)}$

o) $\dfrac{x}{(x-1)^2(x^2+1)}$ p) $\dfrac{x^2}{(x-1)^2(x^2+1)}$

q) $\dfrac{1}{x^4-4x^3+6x^2-8x+8}$ r) $\dfrac{x}{x^4-4x^3+6x^2-8x+8}$

s) $\dfrac{x^2}{x^4-6x^3+12x^2-18x+27}$ t) $\dfrac{x^3}{x^4-6x^3+12x^2-18x+27}$

2. Calcule:

e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2}{\text{sen}x}$ f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3x^2}{tgx\ \text{sen}x}$

g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg3x}{\text{sen}4x}$ h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos x}{x}$

i) $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \dfrac{1-\text{sen}x}{2x-\pi}$ j) $\lim\limits_{x\to 0}\ x\ \text{sen}\dfrac{1}{x}$

l) $\lim\limits_{x\to p} \dfrac{tg(x-p)}{x^2-p^2},\ p\neq 0$ m) $\lim\limits_{x\to p} \dfrac{\text{sen}(x^2-p^2)}{x-p}$

3. Calcule

a) $\lim\limits_{x\to -1} \sqrt[3]{\dfrac{x^3+1}{x+1}}$ b) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-1}$

4. Calcule as derivadas:

a) $y = 5x^3 + 6x - 1$ b) $s = \sqrt[5]{t} + \dfrac{3}{t}$

c) $x = \dfrac{t}{t+1}$ d) $y = t\cos t$

e) $y = \dfrac{u+1}{\ln u}$ f) $x = t^3 e^t$

g) $s = e^t\,\mathrm{tg(t)}$ h) $y = \dfrac{x^3+1}{\operatorname{sen} x}$

5. Seja $y = \dfrac{x^3}{x+\sqrt{x}}$. Calcule:

a) $\dfrac{dy}{dx}$ b) $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$

6. Seja $y = t^2 x$, onde $x = x(t)$ é uma função derivável. Calcule $\left.\dfrac{dy}{dt}\right|_{t=1}$ supondo $\left.\dfrac{dx}{dt}\right|_{t=1} = 2$ e $x = 3$ para $t = 1$ (isto é, $x(1) = 3$).

7. Considere a função $y = \dfrac{t}{x+t}$, onde $t = t(x)$ é uma função derivável. Calcule $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$ sabendo que $\left.\dfrac{dt}{dx}\right|_{x=1} = 4$ e que $t = 2$ para $x = 1$.
Observe que t está sendo considerado como uma função de x. Neste caso, dizemos que t é a **variável dependente** e x é a **variável independente**.

8. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e $g(t) = f(t^2+1)$. Supondo $f'(2) = 5$, calcule $g'(1)$.

9. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivável e $g(x) = f(e^{2x})$ Supondo $f'(1) = 2$, calcule $g'(0)$.

10. Derive:

a) $y = \text{sen } 4x$

b) $y = \cos 5x$

c) $f(x) = e^{3x}$

d) $f(x) = \cos 8x$

e) $y = \text{sen}\, t^3$

f) $g(t) = \ln(2t + 1)$

g) $x = e^{\text{sen}\, t}$

h) $f(x) = \cos e^x$

i) $y = (\text{sen}\, x + \cos x)^3$

j) $y = \sqrt{3x + 1}$

k) $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x-1}{x+1}}$

m) $y = e^{-5x}$

n) $x = \ln(t^2 + 3t + 9)$

o) $f(x) = e^{\mathrm{tg\,x}}$

p) $y = \text{sen}(\cos\ x)$

q) $g(t) = (t^2 + 3)^4$

r) $f(x) = \cos(x^2 + 3)$

s) $y = \sqrt{x + e^x}$

t) $y = \mathrm{tg3x}$

u) $y = \sec 3x$

11. Derive:

a) $y = xe^{3x}$

b) $y = e^x \cos\ 2x$

c) $y = e^{-x}\text{sen}\ x$

d) $y = e^{-2t}\ \text{sen}\ 3t$

e) $f(x) = e^{-x^2} + \ln(2x + 1)$

f) $g(t) = \dfrac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}$

g) $y = \dfrac{\cos\ 5x}{\text{sen}\ 2x}$

h) $f(x) = (e^{-x} + e^{x^2})^3$

i) $y = t^3\ e^{-3t}$

j) $g(x) = e^{x^2}\ \ln(1 + \sqrt{x})$

l) $y = (\text{sen}\ 3x + \cos\ 2x)^3$

m) $y = \sqrt{e^x + e^{-x}}$

n) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

o) $y = \sqrt{x^2 + e^{\sqrt{x}}}$

p) $y = x\ \ln(2x + 1)$

q) $y = [\ln(x^2 + 1)]^3$

r) $y = \ln(\sec\ x + \mathrm{tg\ x})$

s) $y = \cos^3\ x^3$

t) $f(x) = \dfrac{\cos\ x}{\text{sen}^2\ x}$

u) $f(t) = \dfrac{te^{2t}}{\ln(3t + 1)}$

12. Calcule a derivada segunda.

a) $y = \text{sen } 5t$ b) $y = e^{-xr}$

c) $y = \ln(x^2 + 1)$ d) $y = \dfrac{x^2}{x-1}$

e) $y = e^{-x} - e^{-2x}$ f) $y = \dfrac{x}{x^2+1}$

13. Seja $g : I\!R \to I\!R$ diferenciável e $f(x) = x\ g(x^2)$.

a) Verifique que $f'(x) = g(x^2) + 2x^2\ g'(x^2)$.

b) Calcule $f'(1)$, supondo $g(1) = 4$ e $g'(1) = 2$.

14. Seja $g : I\!R \to I\!R$ diferenciável tal que $g(1) = 2$ e $g'(1) = 3$. Calcule $f'(0)$ sendo f dada por $f(x) = e^x\ g(3x+1)$.

15. Mostre que $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{a^h - 1}{h} = \ln a$, se $a > 0$ e $a \neq 1$.

16. Calcule:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-1}{x}$ b) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-1}{x}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{5^x-1}{x}$ d) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{3^x-1}{x^2}$

17. Encontre as assíntotas horizontais e verticais ao gráfico da função dada e esboce o gráfico.

a) $f(x) = \dfrac{4}{x-5}$ b) $f(x) = \dfrac{-2}{x+3}$

c) $f(x) = \dfrac{-3}{(x+2)^2}$ d) $f(x) = \dfrac{5}{x^2+8x+16}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+5x-6}$ f) $f(x) = \dfrac{2x}{6x^2+11x-10}$

g) $f(x) = \dfrac{4x^2}{x^2-9}$ h) $f(x) = \dfrac{x^2}{4-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x^2-4}}$ j) $f(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x^2+5x+6}}$

18. Encontre as assíntotas horizontais e verticais das equações dada e trace um esboço do gráfico.

a) $3xy - 2x - 4y - 3 = 0$ b) $2xy + 4x - 3y + 6 = 0$

c) $x^2y^2 - x^2 + 4y^2 = 0$ d) $2xy^2 + 4y^2 - 3x = 0$

e) $(y^2 - 1)(x - 3) = 6$ f) $xy^2 + 3y^2 - 9x = 0$

19. Defina $f \circ g$ e determine os valores de x para os quais $f \circ g$ é contínua.

a) $f(x) = x^3$; $g(x) = \sqrt{x}$ b) $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 - 3$

c) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = \dfrac{1}{x-2}$ d) $f(x) = \dfrac{1}{x-2}$; $g(x) = \sqrt{x}$

e) $f(x) = \sqrt{x}$; $g(x) = x + 1$ f) $f(x) = \sqrt[3]{x}$; $g(x) = \sqrt{x+1}$

g) $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$; $g(x) = \sqrt{x}$ h) $f(x) = \sqrt{x+1}$; $g(x) = \sqrt[3]{x}$

20. Calcule e justifique:

a) $\lim\limits_{x\to 2} (3x^2 - 4x + 5)$ b) $\lim\limits_{h\to 1} \dfrac{h^2 - 4}{3h^3 + 6}$

c) $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sqrt{9-t} - 3}{t}$ d) $\lim\limits_{y\to -4} \sqrt{\dfrac{5y+4}{y-5}}$

e) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{8x^3 - 5x^2 + 3}{2x^3 + 7x - 4}$ f) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+5}}{2x-4}$

21. Determine a para que as circunferências $x^2 + y^2 = 1$ e $(x-a)^2 + y^2 = 1$ se interceptem ortogonalmente.