

Lista 3 - Cálculo I - Licenciatura em Física (diurno) - IFUSP
MAT1351 - Primeiro semestre de 2017
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Encontre uma nova equação do gráfico da equação dada após uma translação de eixos convenientes. Trace os eixos originais e os novos e um esboço do gráfico.

a) $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$

b) $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 13 = 0$

c) $y^2 - 6x + 9 = 0$

d) $y^2 + 3x - 2y + 7 = 0$

2. Esboce as regiões no plano definidas pelas desigualdades.

a) $y > 3x - 1$

b) $y \leq 3x - 1$

c) $3x - 5 \geq 0$

d) $2x - 4y + 5 \leq 0$

e) $9x + 3y - 7 \geq 0$

f) $y - 4x^2 < 0$

g) $2x^2 + 9y \geq 0$

h) $x^2 + y^2 < 16$

i) $x^2 + y^2 \geq 25$

j) $x^2 + 4y + 6x + 8 < 0$

k) $2x + y \leq 4$, $y - 2x \leq 4$

l) $2x + y \geq 4$, $y - 2x \geq 4$

m) $-1 < x - y \leq 2$

n) $3 + y \leq x \leq y - 4$

o) $x^2 + y^2 \leq 36$, $x \geq 3$, $y \leq 3$

p) $x - 2y - 4 < 0$, $y > 11 - 6x$, $4x + 5y < 29$

q) $x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x^2$

3. Determine o domínio maximal em que a função abaixo é inversível e a função inversa.

a) $f(x) = \frac{1 + 3x}{5 - 2x}$

b) $f(x) = \sqrt{2 + 5x}$

c) $y = \ln(x + 3)$

d) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$

4. Determine uma fórmula explícita para f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1} , no mesmo plano.

a) $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$, $x > 0$

b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$, $x > 0$

5. Suponha dado o gráfico de f . Escreva uma equação para cada um dos gráficos obtidos a partir do gráfico de f da forma abaixo:

- a) deslocando 2 unidades para cima.
- b) deslocando 2 unidades para baixo.
- c) deslocando 2 unidades para a direita.
- d) deslocando 2 unidades para a esquerda.
- e) refletindo em torno do eixo x .
- f) refletindo em torno do eixo y .
- g) esticando verticalmente por um fator de 2.
- h) encolhendo verticalmente por um fator de 2.
- i) esticando horizontalmente por uma fator de 2.
- j) encolhendo horizontalmente por um fator de 2.

6. Encontre o valor do limite e justifique:

a) $\lim_{y \rightarrow 2} (y^3 - 2y^2 + 3y - 4)$

b) $\lim_{t \rightarrow 3} \frac{t^2 - 5}{2t^3 + 6}$

c) $\lim_{s \rightarrow 1} \frac{s^3 - 1}{s - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 17x + 20}{4x^2 - 25x + 36}$

e) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - x - 12}$

f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

g) $\lim_{y \rightarrow -2} \frac{y^3 + 8}{y + 2}$

h) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^3 - 5x^2 - 2x - 3}{4x^3 - 13x^2 + 4x - 3}$

i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h+1} - 1}{h}$

7. Se $h(x) = \frac{\sqrt{x+9} - 3}{x}$, mostre que $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = \frac{1}{6}$, mas $h(0)$ não está definida.

8. Seja $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{se } x \neq 2 \\ 1, & \text{se } x = 2 \end{cases}$

- a) Determine $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ e mostre que $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \neq f(2)$.
- b) Esboce o gráfico de f .

9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & \text{se } x \neq -3 \\ 4, & \text{se } x = -3 \end{cases}$

- a) Determine $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ e mostre que $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) \neq f(-3)$.
- b) Esboce o gráfico de f .

10. Esboce o gráfico e determine o limite indicado, se este existir. Se o limite não existir, dê a razão.

$$a) f(x) = \begin{cases} 2, & \text{se } x < 1 \\ -1, & \text{se } x = 1 \\ -3, & \text{se } 1 < x \end{cases}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$b) g(s) = \begin{cases} s + 3, & \text{se } s \leq -2 \\ 3 - s, & \text{se } -2 < s \end{cases}$$

$$i) \lim_{s \rightarrow -2^+} g(s)$$

$$ii) \lim_{s \rightarrow -2^-} g(s)$$

$$iii) \lim_{s \rightarrow -2} g(s)$$

$$c) f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } s \leq 2 \\ 8 - 2x, & \text{se } 2 < x \end{cases}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$iii) \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$d) g(t) = \begin{cases} 3 + t^2, & \text{se } t < -2 \\ 0, & \text{se } t = -2 \\ 11 - t^2, & \text{se } -2 < t \end{cases}$$

$$i) \lim_{t \rightarrow -2^+} g(t)$$

$$ii) \lim_{t \rightarrow -2^-} g(t)$$

$$iii) \lim_{t \rightarrow -2} g(t)$$

Revisão de composição de funções e de logaritmo.

11. Se $f(x) = \ln x$ e $g(x) = x^2 - 9$, encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$ e seus respectivos domínios.

12. Calcule:

$$a) \log_{10} 100$$

$$b) \log_{\frac{1}{2}} 16$$

$$c) \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$$

$$d) \log_9 \sqrt{3}$$

$$e) \log_3 243$$

$$f) e^{2 \ln 3}$$

$$g) \log_{10} 25 + \log_{10} 4$$

$$h) \log_{10} 50$$

Exercício Extra.

13. Mostre que as retas $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ e $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, com $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$, $a_i^2 + b_i^2 \neq 0$, para $i = 1, 2$, são paralelas se e somente se $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$.