MAT133 - Cálculo II - IQUSP
3ª Lista de Exercícios - 2º semestre de 2013
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule:

a) $\displaystyle\int xe^x\ dx$ b) $\displaystyle\int x\ \text{sen}x\ dx$

c) $\displaystyle\int x^2e^x\ dx$ d) $\displaystyle\int x\ \ln x\ dx$

e) $\displaystyle\int \ln x\ dx$ f) $\displaystyle\int x^2 \ln x\ dx$

g) $\displaystyle\int x\ sec^2x\ dx$ h) $\displaystyle\int x\ (\ln x)^2\ dx$

i) $\displaystyle\int (\ln x)^2\ dx$ j) $\displaystyle\int e^x\text{cos}x\ dx$

k) $\displaystyle\int x^3e^{x^2}\ dx$ l) $\displaystyle\int x^3\text{cos}x^2\ dx$

m) $\displaystyle\int e^{-x}\text{cos}2x\ dx$ n) $\displaystyle\int x^2\text{sen}x\ dx$

2. Calcule $\displaystyle\int \sec^3 x\ dx.$

3. Calcule: *a)* $\displaystyle\int_0^{\pi/2} e^x\text{cos}x\ dx$ *b)* $\displaystyle\int_0^x t^2e^{-st}dt,\ s \neq 0$.

4. Calcule:

a) $\displaystyle\int \sqrt{1-4x^2}\ dx$ b) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}}\ dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\ dx$ d) $\displaystyle\int x^2\ \sqrt{1-x^2}\ dx$

e) $\displaystyle\int \frac{1}{x\ \sqrt{1+x^2}}\ dx$ f) $\displaystyle\int \sqrt{-x^2+2x+2}\ dx$

5. Calcule as áreas de (suponha $a > 0$ e $b > 0$) :

$$(a)\ E = \left\{ (x,\ y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}, \quad (b)\ A = \{(x,\ y) : x \geq \sqrt{1+y^2} \text{ e } 2x+y \leq 2\}\ .$$

6. Calcule:

a) $\displaystyle\int x^2\ \sqrt{x-1}\ dx$ b) $\displaystyle\int \frac{1}{1+\sqrt{x}}\ dx$

c) $\displaystyle\int \sqrt{1+\sqrt{x}}\ dx$ d) $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{\sqrt{2x-2}}\ dx$

7. Verifique $\displaystyle\int \frac{mu+n}{1+u^2}\ du = \frac{m}{2}\ \ln\ (1+u^2) + n\ \text{arctg} u + k$ e calcule:

a) $\displaystyle\int \frac{x-3}{(x-1)^2\ (x+2)^2}\ dx$ b) $\displaystyle\int \frac{x+1}{x(x-2)(x+3)^2}\ dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x^4+x+1}{x^3-x}\ dx$ d) $\displaystyle\int \frac{x+3}{x^3-2x^2-x+2}\ dx$

e) $\displaystyle\int \frac{x^2+1}{(x-2)^3}\ dx$ f) $\displaystyle\int \frac{x^5+3}{x^3-4x}\ dx$

8. Calcule:

a) $\displaystyle\int \frac{4x^2+17x+13}{(x-1)(x^2+6x+10)}\ dx$ b) $\displaystyle\int \frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3}\ dx$

c) $\displaystyle\int \frac{x^3+4x^2+6x+1}{x^3+x^2+x-3}\ dx$ d) $\displaystyle\int \frac{x^4+2x^2-8x+4}{x^3-8}\ dx$

9. Dê o volume do sólido obtido pela rotação, em torno de Ox, dos conjuntos abaixo.

a) $1 \leq x \leq 3$ e $0 \leq y \leq x$ b) $\dfrac{1}{2} \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq \dfrac{1}{x^2}$

c) $1 \leq x \leq 4$ e $0 \leq y \leq \sqrt{x}$ d) $2x^2 + y^2 \leq 1$ e $y \geq 0$

e) $0 \leq x \leq 1$ e $\sqrt{x} \leq y \leq 3$ f) $0 \leq y \leq x$ e $x^2 + y^2 \leq 2$

10. Dê o volume do sólido obtido pela rotação em torno de Oy dos conjuntos abaixo.

a) $1 \leq x \leq e$ e $0 \leq y \leq \ln x$

b) $0 \leq x \leq 8$ e $0 \leq y \leq \sqrt[3]{x}$

c) $1 \leq x \leq 2$ e $0 \leq y \leq x^2 - 1$

d) $0 \leq x \leq \pi$ e $0 \leq y \leq senx$

e) $0 \leq x \leq 1$ e $0 \leq y \leq arctgx$

f) $y^2 \leq 2x - x^2$, $y \geq 0$

11. Dê o volume do sólido obtido pela rotação em torno de Oy dos conjuntos abaixo.

a) $0 \leq x \leq 6$, $0 \leq y \leq 2$ e $y \geq \sqrt{x-2}$

b) $\sqrt{x} \leq y \leq -x + 6$, $x \geq 0$

c) $0 \leq x \leq e$, $0 \leq y \leq 2$ e $y \geq \ln x$

d) $y^2 \leq x \leq \sqrt{y}$

12. Dê a área da superfície gerada pela rotação em torno de Ox do gráfico de f.

a) $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$, $-1 \leq x \leq 1$

b) $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}$, $-R \leq x \leq R$

c) $f(x) = x^2$, $0 \leq x < \dfrac{1}{2}$

d) $f(x) = \sqrt{x}$, $1 \leq x \leq 4$

13. Calcule o comprimento do gráfico da função dada.

a) $y = \dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$, $0 \leq x \leq 1$

b) $y = \dfrac{4}{3}x + 3$, $0 \leq x \leq 2$

c) $y = \ln x$, $1 \leq x \leq e$

d) $y = \sqrt{x}$, $\dfrac{1}{4} \leq x \leq \dfrac{3}{4}$

14. Calcule o comprimento da curva dada em forma paramétrica.

a) $x = 2t + 1$ e $y = t - 1$, $1 \leq y \leq 2$

b) $x = 3t$ e $y = t^{\frac{3}{2}}$, $0 \leq t \leq 1$

c) $x = 1 - \cos t$ e $y = t - sent$, $0 \leq t \leq \pi$

d) $x = \dfrac{t^2}{2}$ e $y = \dfrac{2}{5}t^{\frac{5}{2}}$, $0 \leq t \leq 1$

EXTRA

1. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole e determine sua equação padrão, focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0 x + x_0 y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto $(x_0,\ y_0),\ x_0 > 0$.

2. A reta tangente à curva $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$, no ponto $P_0 = (x_0\ y_0)$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de P_0.

3. (Fórmula de Taylor de ordem 1, com resto integral) Se f'' é contínua em $[a,\ b]$,

$$f(b) = f(a) + f'(a)\ (b-a) + \int_a^b (b-t)\ f''(t)\ dt.$$

4. (Fórmula de Taylor de ordem 2, com resto integral) Se f''' é contínua em $[a,\ b]$,

$$f(b) = f(a) + f'(a)\ (b-a) + \frac{f''(a)}{2}\ (b-a)^2 + \int_a^b \frac{(b-t)^2}{2}\ f'''(t)\ dt.$$

5. Determine o polinômio de Taylor de ordem 2, de f em volta de x_0 dado.

   a) $f(x) = \ln(1+x)$ e $x_0 = 0$
   b) $f(x) = e^x$ e $x_0 = 0$
   c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $x_0 = 1$
   d) $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 4$
   e) $f(x) = \cos x$ e $x_0 = 0$
   f) $f(x) = \sin x$ e $x_0 = 0$

6. Utilizando o polinômio de Taylor de ordem 2, calcule um valor aproximado e avalie o erro.

   a) $\ln 1,3$
   b) $e^{0,03}$
   c) $\sqrt[3]{8,2}$
   d) $= \sqrt{4,1}$
   e) $\cos 0,2$
   f) $\sin 0,1$