Cálculo II - MAT133 - IQUSP
Lista 0 de Exercícios - 2º semestre de 2013
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Determine a equação das retas abaixo:

   a) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3 + 3x$ e paralela à reta $y = 6x - 1$

   b) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^2 - 3x$ e perpendicular à reta $2y + x = 3$

   c) Tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ e passando por $(0, 2)$

   d) Tangente aos gráficos de $f(x) = -x^2$ e de $g(x) = \dfrac{1}{2} + x^2$

2. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento e esboce o gráfico. Calcule os limites necessários.

   a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

   b) $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

   c) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

   d) $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$

   e) $y = x + \dfrac{1}{x^2}$

   f) $f(x) = 3x^5 - 5x^3$

   g) $x = \dfrac{t}{1+t^2}$

   h) $x = \dfrac{t^2}{1+t^2}$

   i) $x = 2 - e^{-t}$

   j) $y = e^{-x^2}$

   k) $f(x) = e^{2x} - e^x$

   l) $g(t) = e^{\frac{1}{t}}$

   m) $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 1}{x}$

   n) $f(x) = \dfrac{3x^2 + 4x}{1 + x^2}$

3. Calcule:

   a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^3}$

   b) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3}{e^x}$

   c) $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

   d) $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} xe^{\frac{1}{x}}$

   e) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\ x}{x}$

   f) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{\ln\ x}$

4. Estude a função dada com relação à concavidade e pontos de inflexão.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$

b) $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 1$

c) $f(x) = xe^{-2x}$

d) $x(t) = t^2 + \dfrac{1}{t}$

e) $g(x) = e^{-x} - e^{-2x}$

f) $g(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 2}$

g) $y = \dfrac{x}{1 + x^2}$

h) $y = \dfrac{x^3}{1 + x^2}$

i) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$

j) $f(x) = x \ \ln \ x$

5. Calcule:

a) $\displaystyle\lim_{x \to -1} \frac{4x^3 + x^2 + 3}{x^5 + 1}$

b) $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x^{100} - x^2 + x - 1}{x^{10} - 1}$

c) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} xe^{\frac{1}{x}}$

d) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$

e) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln \ x}{e^{3x}}$

f) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \operatorname{sen} x \ \ln \ x$

g) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} (1 - \cos x) \ln \ x$

h) $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} (x^2 + 1)^{\frac{1}{\ln \ x}}$

i) $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} \left[\frac{1}{x} + \ln \ x\right]$

j) $\displaystyle\lim_{x \to 0^-} (1 - \cos x)^{\frac{1}{x}}$

6. Esboce o gráfico:

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x$

b) $f(x) = x^3 - x^2 + 1$

c) $y = \sqrt{x^2 - 4}$

d) $y = \dfrac{x}{x + 1}$

e) $y = \dfrac{x^2}{x + 1}$

f) $g(x) = xe^{-3x}$

g) $f(x) = 2x + 1 + e^{-x}$

h) $f(x) = e^{-x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{3x^2}{2} + 2x + 1$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x}$

k) $y = \dfrac{x^3}{x^2 + 4}$

l) $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

m) $y = \dfrac{x^3 - x + 1}{x^2}$

n) $y = e^x - e^{3x}$

7. Estude a função dada com relação a máximos e mínimos locais e globais:

a) $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$ b) $f(x) = xe^{-2x}$

c) $f(x) = e^x - e^{-3x}$ d) $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$

e) $f(x) = x^2 + 3x + 2$ f) $x(t) = te^{-t}$

8. Determine a equação da reta tangente à elipse $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, no ponto $(x_0, y_0),\ y_0 \neq 0$.

9. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole, determinando a equaçao padrão desta hipérbole, seus focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0x + x_0y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto $(x_0, y_0),\ x_0 > 0$.

10. Suponha que $y = f(x)$ seja uma função derivável dada implicitamente pela equação $y^3 + 2xy^2 + x = 4$. Suponha, ainda, que $1 \in Dom(f)$.

a) Calcule $f(1)$.

b) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 1.

11. A reta tangente à curva $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$, no ponto $(x_0, y_0),\ x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, intercepta os eixos nos pontos A e B. Mostre que a distância de A a B não depende de (x_0, y_0).

12. Suponhamos um cabo homogêneo flexível suspenso por dois pontos sob seu próprio peso e que o ponto mais baixo, em um sistema cartesiano de coordenadas, corresponda ao ponto $(0, a)$. Mostre que a equação desta curva denominada **catenária** é

$$y = a \cos h \left(\frac{x}{a}\right),\ a > 0.$$

13. Seja $f(t),\ t \geq 0$, tal que $f(0) = 1$ e $f(1) = 2$. Suponha, $\dfrac{dx}{dt} > 0,\ t \geq 0\,,\ \dfrac{d^2x}{dt^2} < 0$ para $0 < t < 1$ e $\dfrac{d^2x}{dt^2} > 0$ para $t > 1$. Como deve ser o gráfico de f? Por quê?