MAT 130- EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E APLICAÇÕES
Lista 6 de Exercícios.
Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira
Primeiro Semestre de 2024

1. Resolva as equações abaixo e mostre que o par de funções encontradas é uma base do espaço das soluções.

   (a) $y'' + y = 0$.

   (b) $y'' - 4y' + 4y$.

2. Determine uma segunda solução da equação dada, conhecendo uma solução.

   (a) $t^3y'' + t^2y' - 4ty = 0$, sabendo que $y = t^2$ é uma solução.

   (b) $t^2y'' + ty' - y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t$ é uma solução.

   (c) $y'' + \frac{2}{t}y' - \frac{2}{t^2}y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t$ é uma solução.

3. Determine a solução geral das equações

   (a) $t^2y'' - 2ty' + 2y = 0$.

   (b) $y'' - 3y' + 2y = 0$.

   (c) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

4. Determine uma segunda solução da equação dada, conhecendo uma solução.

   (a) $ty'' + 3y' = 0$, sabendo que $y_1(t) = 1$ é solução.

   (b) $t^2y'' + ty' - 4y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t^2$ é solução.

   (c) $(1 - t^2)y'' - 2ty' + 2y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t$ é solução.

   (d) $t^2y'' + ty' + (t^2 - \frac{1}{4})y = 0$, sabendo que $y_1(t) = \frac{\sin t}{\sqrt{t}}$, para $t > 0$, é solução.

   (e) $y'' - \frac{t}{t-1}y' + \frac{1}{t-1}y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t$ é solução.

   (f) $t^2y'' + 2ty' - 2y = 0$, sabendo que $y_1(t) = t$ é solução.

   (g) $ty'' - (2t + 1)y' + (t + 1)y = 0$, sabendo que $y_1(t) = e^t$ é solução.

5. Determine a solução geral $y = y(x)$ das equações

   (a) $y'' - xf(x)y' + f(x)y = 0$, sabendo que $y(x) = x$ é solução.

   (b) $y'' - g(x)y' + [g(x) - 1]y = 0$, sabendo que $y(x) = e^x$ é solução.

6. Mostre que a solução geral da equação

$$y''(x) + py'(x) + q = 0,$$

   onde p e q são constantes reais, tende a zero quando $x \to \infty$ se e somente se p e q são ambos positivos.

7. Determine uma solução particular $x = x(t)$ de

   (a) $x'' + x = \frac{1}{\sin t}$, $0 < t < \pi$.

   (b) $x'' + 9x = \sec^2 3t$, $-\frac{\pi}{6} < t < \frac{\pi}{6}$.

8. Determine a solução geral $y = y(x)$ das equações

   (a) $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$.

   (b) $y'' - 2y' - 3y = 64xe^{-x}$.

   (c) $y'' + 2y' + 5y = e^{-x} \sec 2x$.

   (d) $(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2 - 1)^2$.

   (e) $(x^2 + x)y'' + (2 - x^2)y' - (2 + x)y = x(x + 1)^2$.