

MAT 130- EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E APLICAÇÕES- IMEUSP

Lista 5 - EDOL's com Coeficientes Constantes Reais.

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Primeiro Semestre de 2024

1. Determine a solução geral de

- a) $\ddot{x} + x = e^{-t}$ b) $\frac{d^2x}{dt^2} - x = \cos t$
c) $\ddot{x} - 4\dot{x} + 5x = e^{2t}\cos t$ d) $\frac{dx}{dt} + x = t + t^2$
e) $\ddot{x} - 8x = 4 + t$ f) $\ddot{x} + 4x = t + e^t$

2. Determine a solução do problema

- (a) $x'' + 4x = \cos t$, $x(0) = 1$ e $x'(0) = -1$.
(b) $x'' + 6x' + 9x = e^{-3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.
(c) $x'' + 4x = \sin 2t$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.
(d) $x'' + 4x = 5e^{3t}$, $x(0) = 0$ e $x'(0) = 0$.

3. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

- (a) $x''' - 4x'' + 5x' - 2x = t^2 e^t$.
(b) $x''' - 4x'' + 6x' - 4x = t e^t \cos t$
(c) $x'' - 2x' + 2x = t^2 e^t \cos t$.
(d) $x''' - 5x'' + 3x' + 9x = t^5 e^{3t}$
(e) $x'' - 2x' + 2x = t^2 e^t \sin(3t + 5)$

4. Determine a solução geral $x = x(t)$ de

- (a) $x''' - x' = 3e^{2t}$
(b) $x^{(4)} - 7x''' + 18x'' - 20x' + 8x = t^3 e^{2t}$
(c) $x'' + 2x' + 2x = e^{\alpha t} \sin \beta t$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
(d) $x^{(4)} + 8x'' + 16x = t^3 \sin 2t$
(e) $x^{(4)} - 19x'' - 6x' + 72x = 5t^3 e^{-3t}$

Dica: $\lambda = 2$ e $\lambda = 4$ são raízes características.

5. Determine a solução dos problemas com valores iniciais.

a) $\frac{dy}{dt} - y = te^t, y(0) = 1$

b) $\ddot{x} + 4x = \cos 2t, x(0) = \dot{x}(0) = 0$

c) $\frac{d^4x}{dt^4} - 16x = -15 \sin t, x(0) = 0, \dot{x}(0) = 1, \ddot{x}(0) = 0, \ddot{\ddot{x}}(0) = -1$

6. Resolva as equações.

(a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} + 5x = 0$

(b) $x'' + x' + x = 0$.

(c) $y'' - 2y' + 2y = 0$

(d) $y'' - 4y' + 4y = 0$.

(e) $x'' - 6x' + 9x = 0$

(f) $y'' - 2y' + 6y = 0$.

7. Consideremos a edo linear com coeficientes constantes

$$\left(\frac{d}{dt} - \alpha I\right)^4 x = 0$$

com α real. Mostre que as soluções são

$$x(t) = c_1 e^{\alpha t} + c_2 t e^{\alpha t} + c_3 t^2 e^{\alpha t} + c_4 t^3 e^{\alpha t}, \text{ com } c_i \in \mathbb{R}.$$

8. Mostre que $e^{\alpha t}, t e^{\alpha t}, \dots, t^{n-1} e^{\alpha t}$, são soluções de $\left(\frac{d}{dt} - \alpha I\right)^n x = 0$, onde $\alpha \in \mathbb{R}$.