

MAT 130- EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E APLICAÇÕES- IMEUSP

Lista 3

Professor Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Primeiro Semestre de 2024

1. Resolva as equações de Bernoulli

(a) $\frac{dy}{dx} = 5y - \frac{4x}{y}$

(b) $\frac{dx}{dt} = \frac{x}{t} - \sqrt{x}$, $t > 0$

(c) $v \frac{dv}{dx} = v^2 - e^{2x}v^3$

(d) $y' = y - y^3$

(e) $y(6y^2 - x - 1) + 2x \frac{dy}{dx} = 0$

(f) $2x^3 \frac{dy}{dx} = y(y^2 + 3x^2)$

2. Resolva a equação de Ricatti

$$y' = \frac{y}{x} + x^3y^2 - x^5.$$

3. Resolva as equações da forma $y' = f(y/x)$

(a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x+2y}{x}$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x-y}{y}$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2-2xy}{x^2}$

(d) $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2}{xy+x^2}$

4. Verifique que são exatas as equações abaixo e as resolva

(a) $(2x + 3y)dx + (3x + 2y)dy = 0$

(b) $\frac{-y}{x^2+y^2}dx + \frac{x}{x^2+y^2}dy = 0$, $y > 0$

(c) $(y - x^3)dx + (y^3 + x)dy = 0$

(d) $(3x^2 + y)dx + (x + 4)dy = 0$

5. Ache a solução geral de:

a) $\frac{dx}{dt} - 3x = e^t$

b) $\frac{dx}{dt} - x = 2t + 1$

c) $\frac{dx}{dt} - x = \cos t$

d) $\frac{dx}{dt} + 2x = \sin t$

e) $\frac{dx}{dt} - 2x = e^{2t}$

f) $\frac{dx}{dt} = tx$

6. Numa certa cultura de bactérias, a taxa de aumento é proporcional ao número presente. Se o número dobra em 2 horas, quantas pode-se esperar ao final de 6 horas? Determine a equação diferencial e resolva-a.

7. Uma partícula de massa $m = 1$ deslocá-se sobre o eixo x sob ação de uma única força, paralela ao deslocamento, com componente $f(x) = -x$.

a) Qual a equação diferencial que rege o movimento?

b) Determine duas soluções linearmente independente para a equação.

Sugestão: Interprete fisicamente.

8. Resolva as equações:

a) $\frac{dx}{dt} = tx^2$

b) $\frac{dx}{dt} = x^2 - x$

c) $\frac{dx}{dt} = t(1 + x^2)$

d) $\frac{dx}{dt} = \frac{t}{x}$

9. Suponha um cabo (ou corda) suspenso sobre a ação de seu próprio peso. Por exemplo, num longo fio de telefone pendurado entre dois postes ou, uma ponte suspensa feita de cordas ou uma corrente suspensa. Determine a equação que descreve a curva que forma o cabo (ou ponte ou corrente) suspensa. Suponha a densidade linear constante.

10. Dada a equação $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{3dx}{dt} + 2x = 0$.

a) Resolva-a.

b) Determine uma solução tal que $x(0) = 0$ e $x'(0) = 1$.

c) Esboce o gráfico da solução.

11. Resolva as equações:

a) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 3x = 0$

b) $\frac{d^2x}{dt^2} - 4x = 0$

c) $\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 9y = 0$

d) $2\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - x = 0$