Prova Substitutiva de MAT121 - Cálculo II - IO-USP
04/12/2014

Nome : ____
N$^{\underline{o}}$USP : ____
Professor : **Oswaldo Rio Branco de Oliveira**

Q	N
1	
2	
3	
4	
5	
Total	

Boa Sorte!

1. Calcule o comprimento da curva

$$\gamma(t) = (e^{-t}\cos t, e^{-t}\sin t, e^{-t}), \quad t \in [0,1].$$

2. Ache um plano contendo os pontos $(5, 0, 1)$ e $(1, 0, 3)$ e tangente à superfície

$$x^2 + 2y^2 + z^2 = 7 \ .$$

3. Suponhamos que todas as funções a seguir são diferenciáveis. Sejam $F(x, y, z)$ e $G(x, y, z)$, com $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, e $y = y(x)$ e $z = z(x)$, com $x \in \mathbb{R}$, satisfazendo

$$\begin{cases} F(x, y(x), z(x)) & = 2014, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}, \\ G(x, y(x), z(x)) & = 2015, \text{ para todo } x \in \mathbb{R}, \\ (0, y(0), z(0)) & = (0, 0, 0). \end{cases}$$

Suponha ainda que

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x}(0, 0, 0) = 3, \quad \frac{\partial F}{\partial y}(0, 0, 0) = 4, \quad \frac{\partial F}{\partial z}(0, 0, 0) = 5, \\ \\ \frac{\partial G}{\partial x}(0, 0, 0) = 6, \quad \frac{\partial G}{\partial y}(0, 0, 0) = 7, \quad \frac{\partial G}{\partial z}(0, 0, 0) = 8. \end{cases}$$

Determine os valores de

$$\frac{dy}{dx}(0) \qquad \text{e} \qquad \frac{dz}{dx}(0).$$

4. Estude com relação a máximos e mínimos locais/globais e pontos de sela a função

$$F(x, y, z) = x^2 - y^2 + 4z^2 + 2xz - 4yz - 2x - 6z.$$

5. Seja $f(x, y) = (3 - x)(3 - y)(x + y - 3)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

   (a) Represente, com um desenho, a região do plano em que f é positiva.

   (b) Determine os pontos críticos de f e classifique-os.

   (c) f tem um máximo ou um mínimo em todo o plano? Justifique.

   (d) Classifique os pontos críticos encontrados.