

4ª Lista de Exercícios

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Desenhe a imagem das curvas dadas:

a) $F(t) = (1, t, 1), t \in \mathbb{R}$

b) $F(t) = (1, 1, t), t \geq 0$

c) $F(t) = (\cos t, \sin t, 2)$

d) $F(t) = (\cos t, \sin t, e^{-t}), t \geq 0$

e) $F(t) = (t, t, t^2), t \geq 0$

f) $F(t) = (e^{-t}\cos t, e^{-t}\sin t, e^{-t})$

2. Represente graficamente o domínio da função $z = f(x, y)$ dada por

a) $x + y - 1 + z^2 = 0, z \geq 0$

b) $f(x, y) = \frac{x - y}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}$

c) $z = \ln(2x^2 + y^2 - 1)$

d) $z^2 + 4 = x^2 + y^2, z \geq 0$

e) $z = \sqrt{|x| - |y|}$

f) $4x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$

3. Desenhe as curvas de nível e esboce os gráficos:

a) $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$

b) $f(x, y) = x + 3y$

c) $z = 4x^2 + y^2$

d) $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$

e) $z = x + y + 1$

f) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

g) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

h) $f(x, y) = x^2, -1 \leq x \leq 0 \text{ e } y \geq 0$

4. Desenhe as curvas de nível e represente a imagem

a) $f(x, y) = x - 2y$

b) $z = xy$

c) $z = 4x^2 + y^2$

d) $z = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

e) $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

f) $f(x, y) = x^2 - y^2$

g) $z = \frac{y}{x - 2}$

h) $z = \frac{x - y}{x + y}$

5. Seja $f(x, y) = \frac{x^2}{x^2 + y^2}$. Desenhe a imagem da curva $\gamma(t) = (x(t), y(t), z(t))$ onde $x = R\cos t, y = R\sin(t)$ e $z = f(x(t), y(t))$, $R > 0$. Como é o gráfico de f ?

6. Analogamente ao exercício 5, para $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$.

7. Esboce o gráfico de $z = xy$.

8. Desenhe a superfície de nível correspondente a $c = 1$.

a) $f(x, y, z) = x$

b) $f(x, y, z) = x^2 + y^2$

c) $f(x, y, z) = z$

d) $f(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + z^2$

9. Esboce e identifique as superfícies dos problemas:

a) $2x^2 + y^2 + 4z^2 = 16$

b) $z^2 = 4(x^2 + y^2)$

c) $z = 4(x^2 + y^2)$

d) $x^2 + z^2 - 4y^2 = 4$

e) $y^2 - 4x^2 - 9z^2 = 36$

f) $z = 4 - 2x^2 - 3y^2$

g) $z = x^2 - 2y^2$

h) $x^2 = y^2 + 4z^2$

i) $x^2 - 4y^2 - z^2 = 4$

j) $x^2 + 9y^2 - 4z^2 = 36$

k) $36x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$

l) $y = 1 - x^2 - 2y^2$

m) $z + 4x^2 = y^2$

n) $x^2 + y^2 - z^2 - 2x - 4y + 1 = 0$

10. Calcule, caso exista:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (5,-2)} (x^5 + 4x^3y - 5xy^2)$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (6,3)} xy \cos(x - 2y)$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2 + y^2}$

d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2}$

e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{8x^2y^2}{x^4 + y^4}$

f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2}{x^2 - y^2}$

h) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \operatorname{sen} \left(\frac{1}{x^2 + y^2} \right)$

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

j) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

11. Seja $F(x, y) = \frac{2xy^2}{x^2 + y^4}$ e γ a reta: $\gamma(t) = (at, bt)$, com a ou b não nulo.

a) Mostre que $\lim_{t \rightarrow 0} f(\gamma(t)) = 0$. b) Esboce as curvas de nível de f .

c) Calcule $\lim_{t \rightarrow 0} f(\Gamma(t))$, onde $\Gamma(t) = (t^2, t)$. d) Existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{x^2 + y^4}$? Por quê?

12. Determine o conjunto dos pontos de continuidade de:

a) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x-3y}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

b) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

c) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$