

4ª Lista de Cálculo I - MAT111 - IAG

1º semestre de 2009

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

- Encontre o centro e o raio de cada circunferência e esboce o gráfico.
 - $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$
 - $2x^2 + 2y^2 - 2x + 2y + 7 = 0$
 - $3x^2 + 3y^2 + 4y - 7 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$
- Para cada uma das parábolas abaixo, encontre as coordenadas do foco e uma equação da diretriz.
 - $x^2 = 4y$
 - $y^2 = 6x$
 - $x^2 = -16y$
 - $y^2 = -8x$
- Encontre uma equação da parábola tendo as propriedades:
 - Foco $(5, 0)$; diretriz $x = -5$
 - Foco $(0, 4)$; diretriz $y = -4$
 - Foco $\left(\frac{-5}{3}, 0\right)$, 0 ; diretriz $x = \frac{5}{3}$
 - Foco $(0, -2)$; diretriz $y = 2$
- Encontre uma equação da parábola que tenha seu vértice na origem e tal que:
 - o eixo x como seu eixo e passando por $(2, -4)$.
 - o eixo y como seu eixo e passando por $(-2, -4)$.
- Um arco parabólico tem uma altura de $2,0m$ e uma largura de $3,6m$ na base. Se o vértice da parábola está no topo do arco, a que altura sobre a base o arco tem uma largura de $1,8m$?
- Um telescópio refletor tem um espelho parabólico para a qual a distância do vértice ao foco é $30cm$. Se a largura do espelho na parte superior é $10cm$ qual a profundidade do espelho no centro?
- Determine uma equação da parábola que tem como sua diretriz a reta $y = 4$ e como foco o ponto $(-3, 8)$.
- Encontre uma nova equação do gráfico da equação dada após uma translação de eixos convenientes. Trace os eixos originais e os novos, bem como um esboço do gráfico.
 - $x^2 + y^2 + 6x + 4y = 0$
 - $x^2 + y^2 - 10x + 4y + 13 = 0$
 - $y^2 - 6x + 9 = 0$
 - $y^2 + 3x - 2y + 7 = 0$
 - $25x^2 + y^2 - 50x + 20y - 500 = 0$
 - $(y + 1)^2 = 4(x - 2)^3$

9. Esboce as regiões no plano definidas pelas desigualdades.

a) $y > 3x - 1$

b) $y \leq 3x - 1$

c) $3x - 5 \geq 0$

d) $2x - 4y + 5 \leq 0$

e) $9x + 3y - 7 \geq 0$

f) $y - 4x^2 < 0$

g) $2x^2 + 9y \geq 0$

h) $x^2 + y^2 < 16$

i) $x^2 + y^2 \geq 25$

j) $x^2 + 4y + 6x + 8 < 0$

k) $2x + y \leq 4$, $y - 2x \leq 4$

l) $2x + y \geq 4$, $y - 2x \geq 4$

m) $-1 < x - y \leq 2$

n) $3 + y \leq x \leq y - 4$

o) $x^2 + y^2 \leq 36$, $x \geq 3$, $y \leq 3$

p) $x - 2y - 4 < 0$, $y > 11 - 6x$, $4x + 5y < 29$

q) $x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x^2$

r) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y - x + 1 \geq 0$, $x + y - 5 \leq 0$, $x + 3y - 8 \leq 0$

s) $x - y - 1 \leq 0$, $x + y + 1 \geq 0$, $x - y + 1 \geq 0$, $x + y - 1 \leq 0$

t) $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $|x - y| \leq 1$

u) $x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x^2$

v) $x^2 + y^2 \geq 16$, $y > x^2$

w) $4 \leq x^2 + y^2 \leq 9$, $|x| + 2 \leq y \leq |x| + 3$

x) $x \geq 0$, $y \geq 0$, $y \leq 3$, $x + 4 - 5 \leq 0$, $2x + y - 8 \leq 0$

y) $x \geq 1$, $y \leq 0$, $2x - y - 4 \leq 0$, $3x - y - 4 \leq 0$, $x + y - 7 \leq 0$

z) $x^2 - y + 1 < 0$, $x + y - 4 > 0$

10. Prove, analiticamente, que em um triângulo o ponto de intersecção das medianas, o ponto de intersecção das alturas e o centro da circunferência circunscrita são colineares.

11. Mostre que as retas $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ e $a_2x + b_2y + c_2 = 0$, com $a_i, b_i, c_i \in \mathbb{R}$, para $i = 1, 2$, são paralelas se e somente se $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$.

12. Sob condições ideais uma certa população de bactérias dobra a cada 3 horas. Supondo que população inicial é de N bactérias, determine:

a) a população após 15 horas.

b) a população após t horas.

c) o gráfico da função população, $p = p(t)$.

d) o tempo para a população atingir $50.000N$ bactérias.

13. Um isótopo de sódio ^{24}Na , tem uma vida média de 15 horas. Uma mostra desse isótopo tem massa $2g$. Determine:
- a) a quantidade remanescente após 60 horas.
 - a) a quantidade remanescente após t horas.
 - c) o gráfico da função quantidade remanescente, $q = q(t)$.
 - d) o tempo necessário para que a massa fique reduzida a $0,001g$.
14. Determine o domínio maximal em que a função abaixo é inversível e a função inversa.
- a) $f(x) = \frac{1 + 3x}{5 - 2x}$
 - b) $f(x) = \sqrt{2 + 5x}$
 - c) $y = \ln(x + 3)$
 - d) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$
15. Determine uma fórmula explícita para f^{-1} e esboce os gráficos de f e f^{-1} , no mesmo plano.
- a) $f(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$, $x > 0$
 - b) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$, $x > 0$
16. Suponha dado o gráfico de f . Escreva uma equação para cada um dos gráficos obtidos a partir do gráfico de f da forma abaixo:
- a) deslocando 2 unidades para cima.
 - b) deslocando 2 unidades para baixo.
 - c) deslocando 2 unidades para a direita.
 - d) deslocando 2 unidades para a esquerda.
 - e) refletindo em torno do eixo x .
 - f) refletindo em torno do eixo y .
 - g) esticando verticalmente por um fator de 2.
 - h) encolhendo verticalmente por um fator de 2.
 - i) esticando horizontalmente por uma fator de 2.
 - j) encolhendo horizontalmente por um fator de 2.
17. Se $f(x) = \ln x$ e $g(x) = x^2 - 9$, encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$, $g \circ g$ e seus domínios.
18. Calcule:
- a) $\log_{10} 100$
 - b) $\log_{\frac{1}{2}} 16$
 - c) $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$
 - d) $\log_9 \sqrt{3}$
 - e) $\log_3 243$
 - f) $e^{2\ln 3}$
 - g) $\log_{10} 25 + \log_{10} 4$
 - h) $\log_{10} 50$