

**2ª Lista de Cálculo I - MAT111 - IAG**

**1º semestre de 2009**

Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Simplifique  $\frac{f(x) - f(p)}{x - p}$ ,  $x \neq p$ , dados:

a)  $f(x) = x^2$  e  $p = 1$

b)  $f(x) = 2x + 1$  e  $p = 2$

c)  $f(x) = x^3$  e  $p = 2$

d)  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $p = 1$

e)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  e  $p = 3$

f)  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  e  $p = -3$

2. Simplifique  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ ,  $h \neq 0$ , sendo  $f(x)$  igual a:

a)  $3x - 8$

b)  $x^2 + 3x$

c)  $-2x^2 + 3$

d)  $2x^2 + x + 1$

e)  $x^3$

f)  $\frac{1}{x+2}$

3. Dê o domínio e esboce o gráfico:

a)  $f(x) = -2x + 3$

b)  $g(x) = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$

c)  $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 2 \\ 3, & x > 2 \end{cases}$

d)  $g(x) = \begin{cases} 2x, & x \leq -1 \\ -x + 1, & x > -1 \end{cases}$

e)  $f(x) = |x + 2|$

f)  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

4. Estudo a variação do sinal de  $f(x)$  igual a:

a)  $(x - 1)(x + 2)$

b)  $(-x + 2)(x - 3)$

c)  $\frac{2x - 3}{1 - 2x}$

d)  $\frac{x(2x - 1)}{x + 1}$

e)  $(2x - 3)(x + 1)(x - 2)$

f)  $\frac{2x - 3}{(1 - x)(1 - 2x)}$

5. Determine o domínio:

a)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

b)  $y = \frac{x}{x^2-1}$

c)  $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$

d)  $h(x) = \sqrt{x+2}$

e)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+x}$

f)  $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

g)  $y = \sqrt[4]{\frac{x}{x+3}}$

h)  $\sqrt[3]{x^2-x}$

i)  $y = \sqrt{x(2-3x)}$

j)  $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{1-3x}}$

k)  $y = \sqrt{t^2-1}$

l)  $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x-1}}$

m)  $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{3-x}$

n)  $y = \sqrt{1-\sqrt{x}}$

o)  $y = \sqrt{x-\sqrt{x}}$

6. Esboce o gráfico de  $y = y(x)$  igual a:

a)  $x^2$

b)  $x^2 + 1$

c)  $x^2 - 1$

d)  $(x-1)^2$

e)  $(x+1)^2$

f)  $(x-1)^2 + 1$

g)  $(x+1)^2 - 2$

h)  $-x^2$

i)  $-(x-2)^2$

j)  $|x^2 - 1|$

k)  $x^3$

l)  $x^4$

m)  $(x+1)^2$

n)  $-x^3$

o)  $x|x|$

7. Dê o domínio e esboce o gráfico:

a)  $f(x) = \frac{2}{x-1}$

b)  $y = 1 + \frac{1}{x}$

c)  $y = \frac{-1}{x}$

d)  $y = \frac{1}{x^2}$

e)  $y = \frac{1}{(x-1)^2}$

f)  $y = 1 + \frac{1}{x^2}$

g)  $y = -x + \frac{1}{x}$

h)  $y = |x| + \frac{1}{x}$

i)  $y = \sqrt{x-1}$

j)  $y = \sqrt[3]{x}$

8. a) Verifique que  $\sqrt{1+x^2} - |x| = \frac{1}{|x| + \sqrt{1+x^2}}$ . Conclua que à medida que  $|x|$  cresce a diferença  $\sqrt{1+x^2} - |x|$  se aproxima de zero.
- b) Esboce o gráfico de  $y = \sqrt{1+x^2}$ .

9. Dê o domínio e esboce o gráfico de  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ .

Sugestão: Verifique que à medida que  $|x|$  cresce, o gráfico de  $f$  “encosta”, por baixo, no gráfico de  $y = (x)$ .

10. Seja  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  tal que a soma das distâncias a  $(-1,0)$  e  $(1,0)$  é igual a 4.

a) Verifique que  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

- b) Supondo  $y \geq 0$ , expresse  $y$  em função de  $x$  e esboce o gráfico de  $y = y(x)$ .

11. Sejam  $F_1$  e  $F_2$  dois pontos fixos e distintos do plano. O lugar geométrico dos pontos  $(x, y)$  cuja soma das distâncias a  $F_1$  e  $F_2$  é sempre igual a  $2k$  ( $2k >$  distância de  $F_1$  e  $F_2$ ) denomina-se elipse de focos  $F_1$  e  $F_2$  e semi-eixo maior  $k$ .

a) Verifique que  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  é a elipse de focos  $(-c, 0)$  e  $(c, 0)$  e semi-eixo maior  $a$ , onde  $b^2 = a^2 - c^2$ .

b) Verifique que  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  é a equação da elipse de focos  $(0, -c)$  e  $(0, c)$  e semi-eixo maior  $b$ , onde  $a^2 = b^2 - c^2$ .

- c) Desenhe os lugares geométricos descritos nos itens (a) e (b).

12. Determine o domínio e esboce o gráfico:

a)  $y = \sqrt{4 - 3x^2}$

b)  $y = -\sqrt{1 - 4x^2}$