

**MAT111 - IAG - Cálculo I - Período Diurno**  
**12<sup>a</sup> Lista de Exercícios - 1<sup>o</sup> semestre de 2009**  
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule:

a)  $\int x e^x dx$

b)  $\int x \operatorname{sen} x dx$

c)  $\int x^2 e^x dx$

d)  $\int x \ln x dx$

e)  $\int \ln x dx$

f)  $\int x^2 \ln x dx$

g)  $\int x \sec^2 x dx$

h)  $\int x (\ln x)^2 dx$

i)  $\int (\ln x)^2 dx$

j)  $\int e^x \cos x dx$

k)  $\int x^3 e^{x^2} dx$

l)  $\int x^3 \cos x^2 dx$

m)  $\int e^{-x} \cos 2x dx$

n)  $\int x^2 \operatorname{sen} x dx$

2. Calcule  $\int \sec^3 x dx$ .

3. Calcule:

a)  $\int_0^1 x e^x dx$

b)  $\int_1^2 \ln x dx$

c)  $\int_0^{\pi/2} e^x \cos x dx$

d)  $\int_0^x t^2 e^{-st} dt, s \neq 0$

4. (Fórmula de Taylor de ordem 1, com resto integral) Se  $f''$  é contínua em  $[a, b]$ ,

$$f(b) = f(a) + f'(a) (b - a) + \int_a^b (b - t) f''(t) dt.$$

5. (Fórmula de Taylor de ordem 2, com resto integral) Se  $f'''$  é contínua em  $[a, b]$ ,

$$f(b) = f(a) + f'(a) (b - a) + \frac{f''(a)}{2} (b - a)^2 + \int_a^b \frac{(b - t)^2}{2} f'''(t) dt.$$

6. Calcule:

a)  $\int \sqrt{1 - 4x^2} \, dx$

b)  $\int \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}} \, dx$

c)  $\int \frac{1}{\sqrt{4 + x^2}} \, dx$

d)  $\int \frac{1}{4 + x^2} \, dx$

e)  $\int \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx$

f)  $\int \sqrt{3 - 4x^2} \, dx$

g)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{1 - x^2}} \, dx$

h)  $\int x^2 \sqrt{1 - x^2} \, dx$

i)  $\int \frac{1}{x \sqrt{1 + x^2}} \, dx$

j)  $\int \sqrt{-x^2 + 2x + 2} \, dx$

7. Calcule a área de  $E = \left\{ (x, y) : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ .

8. Calcule:

a)  $\int x^2 \sqrt{x - 1} \, dx$

b)  $\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} \, dx$

c)  $\int \frac{2}{(1 + \sqrt{x})^3} \, dx$

d)  $\int x^2 (x + 1)^{10} \, dx$

e)  $\int \frac{x + 2}{(x + 1)^5} \, dx$

f)  $\int \frac{x - 1}{\sqrt{2x + 1}} \, dx$

g)  $\int \sqrt{1 + \sqrt{x}} \, dx$

h)  $\int \frac{x^2 + 1}{\sqrt{2x - 2}} \, dx$

9. Verifique:

$$\int \frac{mu + n}{1 + u^2} \, du = \frac{m}{2} \ln(1 + u^2) + n \operatorname{arctg} u + k$$

10. Calcule:

a)  $\int \frac{2x - 1}{9 + 4x^2} \, dx$

b)  $\int \frac{3x - 2}{x^2 + x + 1} \, dx$

11. Calcule a área de  $A = \{(x, y) : x \geq \sqrt{1+y^2} \text{ e } 2x + y \leq 2\}$ .

12. Elimine a raiz do integrando:

a)  $\int \sqrt{9-x^2} \, dx$

b)  $\int \sqrt{x^2-9} \, dx$

c)  $\int \sqrt{x^2+9} \, dx$

d)  $\int x^2 \sqrt{1-x^2} \, dx$

e)  $\int \frac{x}{\sqrt{2-3x^2}} \, dx$

f)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{2-3x^2}} \, dx$

13. Calcule:

a)  $\int \frac{dx}{x^2-4}$

b)  $\int \frac{x}{x^2-5x+6} \, dx$

c)  $\int \frac{x}{x^2-4} \, dx$

d)  $\int \frac{2x+1}{x^2-1} \, dx$

e)  $\int \frac{x^3+x+1}{x^2-2x+1} \, dx$

f)  $\int \frac{x^3+x+1}{x^2-4x+3} \, dx$

14. Calcule:

a)  $\int \frac{2x-3}{(x-1)^3} \, dx$

b)  $\int \frac{x+1}{x(x-2)(x+3)^2} \, dx$

c)  $\int \frac{x^4+x+1}{x^3-x} \, dx$

d)  $\int \frac{2}{(x+2)(x-1)^2} \, dx$

e)  $\int \frac{x+3}{x^3-2x^2-x+2} \, dx$

f)  $\int \frac{x+5}{x^3-4x^2+4x} \, dx$

g)  $\int \frac{x^2+1}{(x-2)^3} \, dx$

h)  $\int \frac{x^5+3}{x^3-4x} \, dx$

15. a) Determine  $A, B, C, D$  tais que

$$\frac{x-3}{(x-1)^2(x+2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x+2} + \frac{D}{(x+2)^2}$$

b) Calcule  $\int \frac{x-3}{(x-1)^2(x+2)^2} \, dx$

16. Calcule:

a)  $\int \frac{x+1}{(x-1)^4} dx$

b)  $\int \frac{2}{x^3(x+2)} dx$

c)  $\int \frac{x-1}{x^2(x+1)^2} dx$

d)  $\int \frac{3}{(x^2-1)(x^2-4)} dx$

17. Calcule:

a)  $\int \frac{4x^2+17x+13}{(x-1)(x^2+6x+10)} dx$

b)  $\int \frac{x+2}{x^3+2x^2+5x} dx$

c)  $\int \frac{4x+1}{x^2+6x+12} dx$

d)  $\int \frac{4x+1}{x^2+6x+8} dx$

e)  $\int \frac{3x^2+5x+4}{x^3+x^2+x-3} dx$

f)  $\int \frac{2x^2+4}{x^3-8} dx$

g)  $\int \frac{x^3+4x^2+6x+1}{x^3+x^2+x-3} dx$

h)  $\int \frac{x^4+2x^2-8x+4}{x^3-8} dx$

18. Calcule:

a)  $\int \operatorname{sen}7x \operatorname{cos}2x dx$

b)  $\int \operatorname{sen}3x \operatorname{sen}5x dx$

c)  $\int \operatorname{sen}x \operatorname{sen}2x \operatorname{sen}3x dx$

d)  $\int \operatorname{cos}x \operatorname{cos}2x \operatorname{cos}3x dx$

19. Calcule:

a)  $\int \operatorname{cos}^2 5x dx$

b)  $\int \operatorname{sen}x \operatorname{cos}^2 x dx$

c)  $\int \operatorname{cos}x \operatorname{sen}^4 x dx$

d)  $\int \operatorname{sen}2x \operatorname{cos}^2 2x dx$

20. Verifique:

a)  $\int \operatorname{tg}^n x dx = \frac{\operatorname{tg}^{n-1} x}{n-1} - \int \operatorname{tg}^{n-2} x dx$

b)  $\int \operatorname{sec}^n x dx = \frac{\operatorname{sec}^{n-2} x \operatorname{tg} x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \operatorname{sec}^{n-2} x dx$

21. Calcule:

a)  $\int \operatorname{tg}^5 x \sec^2 x \, dx$

b)  $\int \operatorname{tg}^3 \sec^4 x \, dx$

c)  $\int \operatorname{tg}^3 2x \sec 2x \, dx$

d)  $\int \operatorname{tg}^3 3x \, dx$

e)  $\int \sec^4 x \, dx$

f)  $\int \sec^5 3x \operatorname{tg} 3x \, dx$

22. (A mudança  $u = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ) Calcule:

a)  $\int \frac{\cos x}{4 - \operatorname{sen}^2 x} \, dx$

b)  $\int \frac{1}{\operatorname{sen} x + \cos x} \, dx$

c)  $\int \frac{\operatorname{sen} 2x}{1 + \cos x} \, dx$

d)  $\int \frac{2 \operatorname{tg} x}{2 + 3 \cos x} \, dx$

23. Dê o volume do sólido obtido pela rotação, em torno de  $Ox$ , dos conjuntos abaixo.

a)  $1 \leq x \leq 3$  e  $0 \leq y \leq x$

b)  $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$  e  $0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}$

c)  $1 \leq x \leq 4$  e  $0 \leq y \leq \sqrt{x}$

d)  $2x^2 + y^2 \leq 1$  e  $y \geq 0$

e)  $0 \leq x \leq 1$  e  $\sqrt{x} \leq y \leq 3$

f)  $0 \leq y \leq x$  e  $x^2 + y^2 \leq 2$

24. Dê o volume do sólido obtido pela rotação em torno de  $Oy$  dos conjuntos abaixo.

a)  $1 \leq x \leq e$  e  $0 \leq y \leq \ln x$

b)  $0 \leq x \leq 8$  e  $0 \leq y \leq \sqrt[3]{x}$

c)  $1 \leq x \leq 2$  e  $0 \leq y \leq x^2 - 1$

d)  $0 \leq x \leq \pi$  e  $0 \leq y \leq \operatorname{sen} x$

e)  $0 \leq x \leq 1$  e  $0 \leq y \leq \operatorname{arctg} x$

f)  $y^2 \leq 2x - x^2$ ,  $y \geq 0$

25. Dê o volume do sólido obtido pela rotação em torno de  $Oy$  dos conjuntos abaixo.

a)  $0 \leq x \leq 6$ ,  $0 \leq y \leq 2$  e  $y \geq \sqrt{x-2}$

b)  $\sqrt{x} \leq y \leq -x + 6$ ,  $x \geq 0$

c)  $0 \leq x \leq e$ ,  $0 \leq y \leq 2$  e  $y \geq \ln x$

d)  $y^2 \leq x \leq \sqrt{y}$

26. Dê a área da superfície gerada pela rotação em torno de  $Ox$  do gráfico de  $f$ .

a)  $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, -1 \leq x \leq 1$

b)  $f(x) = \sqrt{R^2 - x^2}, -R \leq x \leq R$

c)  $f(x) = x^2, 0 \leq x < \frac{1}{2}$

d)  $f(x) = \sqrt{x}, 1 \leq x \leq 4$

27. Calcule o comprimento do gráfico da função dada.

a)  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}, 0 \leq x \leq 1$

b)  $y = \frac{4}{3}x + 3, 0 \leq x \leq 2$

c)  $y = \ln x, 1 \leq x \leq e$

d)  $y = \sqrt{x}, \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{4}$

28. Calcule o comprimento da curva dada em forma paramétrica.

a)  $x = 2t + 1$  e  $y = t - 1, 1 \leq y \leq 2$

b)  $x = 3t$  e  $y = t^{\frac{3}{2}}, 0 \leq t \leq 1$

c)  $x = 1 - \cos t$  e  $y = t - \sin t, 0 \leq t \leq \pi$

d)  $x = \frac{t^2}{2}$  e  $y = \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}}, 0 \leq t \leq 1$

29. Determine o centro de massa da região dada.

a)  $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^3\}$

b)  $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$

c)  $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 \leq 1, y \geq 0\}$

d)  $\{(x, y) : x^2 \leq y \leq x\}$

30. Determine o centro de massa do gráfico da função dada.

a)  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}, -2 \leq x \leq 2$

b)  $f(x) = x^2, -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$

31. Mostre que  $xy = 1$  é a equação de uma hipérbole e determine sua equação padrão, focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que  $y_0x + x_0y = 2$  é a equação da reta tangente ao gráfico de  $xy = 1$  no ponto  $(x_0, y_0), x_0 > 0$ .

32. A reta tangente à curva  $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ , no ponto  $P_0 = (x_0, y_0)$ , intercepta os eixos nos pontos  $A$  e  $B$ . Mostre que a distância de  $A$  a  $B$  não depende de  $P_0$ .