

MAT 103 - Complementos de Matemática para Contabilidade - FEAUSP
7ª Lista de Exercícios - 1º semestre de 2011
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

1. Calcule:

a) $\int_{-1}^1 (2x + 1) dx$

b) $\int_{-2}^1 (x^2 - 1) dx$

c) $\int_0^1 \left(5x^3 - \frac{1}{2} \right) dx$

d) $\int_1^0 (2x + 3) dx$

e) $\int_0^1 \sqrt[8]{x} dx$

f) $\int_0^1 (x + \sqrt[4]{x}) dx$

g) $\int_1^0 (x^7 - x + 3) dx$

h) $\int_0^1 (x + 1)^2 dx$

i) $\int_0^1 (x - 3)^2 dx$

j) $\int_1^2 \frac{1 + t^2}{t^4} dt$

k) $\int_0^3 (u^2 - 2u + 3) du$

l) $\int_{-1}^{+1} \sqrt[3]{t} dt$

m) $\int_1^2 \frac{1 + 3x^2}{x} dx$

n) $\int_{-\pi}^0 \text{sen}3x dx$

o) $\int_0^1 \frac{dt}{1 + t^2}$

p) $\int_{-1}^0 e^{-2x} dx$

q) $\int_0^1 \frac{2x}{1 + x^2} dx$

r) $\int_{-1}^{+1} x^3 e^{x^4} dx$

2. Calcule:

a) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\text{sen}x + \text{sen}2x) dx$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos2x \right) dx$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$ $\left[\text{Sugestão: } \cos^2 x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos2x \right]$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^2 x dx$

e) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \text{sec}^2 x dx$

f) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \text{tg}^2 x dx$

3. Calcule a área do conjunto dado. Esboce a região.

- a) A é limitado pelas retas $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$ e pelo gráfico de $y = x^3$.
- b) A é limitado pelas retas $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$ e pelo gráfico de $y = \sqrt{x}$.
- c) $A = \{(x, y) : x^2 - 1 \leq y \leq 0\}$.
- d) $A = \{(x, y) : 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$.
- e) $A = \{(x, y) : 0 \leq y \leq |\operatorname{sen}x|, 0 \leq x \leq 2\pi\}$.
- f) A é limitado pelo eixo $0x$ e pelo gráfico de $y = x^2 - x$, $0 \leq x \leq 2$.
- g) A é limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = 3 - 2x - x^2$, $-1 \leq x \leq 2$.
- h) A é limitado pelas retas $x = -1$, $x = 2$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = x^2 + 2x + 5$.
- i) A é limitado pelo eixo $0x$ e pelo gráfico de $y = x^3 - x$, $-1 \leq x \leq 1$.
- j) A é limitado pela reta $y = 0$ e pelo gráfico de $y = x^3 - x$, $0 \leq x \leq 2$.
- k) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ e pelo gráfico de $y = \operatorname{cos}x$.
- l) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1 \text{ e } \sqrt{x} \leq y \leq 3\}$.
- m) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ e pelos gráficos de $y = \operatorname{sen}x$ e $y = \operatorname{cos}x$.
- n) $A = \{(x, y) : x^2 + 1 \leq y \leq x + 1\}$.
- o) $A = \{(x, y) : x^2 - 1 \leq y \leq x + 1\}$.
- p) A é limitado pelas retas $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$ e pelos gráficos de $y = \operatorname{cos}x$ e $y = 1 - \operatorname{cos}x$.
- q) $A = \{(x, y) : x \geq 0 \text{ e } x^3 - x \leq y \leq -x^2 + 5x\}$.

4. Calcule:

a) $\int \frac{2x + 3}{x + 1} dx$

b) $\int \frac{x^2}{x + 1} dx$

5. Calcule:

a) $\int x e^x dx$

b) $\int x \operatorname{sen}x dx$

c) $\int x^2 e^x dx$

d) $\int x \ln x dx$

e) $\int \ln x dx$

f) $\int x^2 \ln x dx$

g) $\int x \sec^2 x dx$

h) $\int x (\ln x)^2 dx$

i) $\int (\ln x)^2 dx$

j) $\int e^x \operatorname{cos}x dx$

k) $\int x^3 e^{x^2} dx$

l) $\int x^3 \operatorname{cos}x^2 dx$

m) $\int e^{-x} \operatorname{cos}2x dx$

n) $\int x^2 \operatorname{sen}x dx$

- Suponha α , β , m e n constantes, $\alpha \neq \beta$. Existem ctes. A e B tais que

$$\frac{mx + n}{(x - \alpha)(x - \beta)} = \frac{A}{x - \alpha} + \frac{B}{x - \beta}.$$

- Sejam $\alpha \neq 0$, β , m e n constantes. Então:

$$a) \int \frac{1}{x^2 - \alpha^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \ln \left| \frac{x - \alpha}{x + \alpha} \right| + k$$

$$b) \int \frac{1}{\alpha^2 + (x + \beta)^2} dx = \frac{1}{\alpha} \operatorname{arctg} \left(\frac{x + \beta}{\alpha} \right) + k.$$

$$c) \int \frac{mu + n}{1 + u^2} du = \frac{m}{2} \ln(1 + u^2) + n \operatorname{arctg} u + k$$

6. Calcule:

$$a) \int \frac{1}{(x + 1)(x - 1)} dx$$

$$b) \int \frac{2x + 3}{x(x - 2)} dx$$

$$c) \int \frac{x}{x^2 - 4} dx$$

$$d) \int \frac{1}{1 + (x + 1)^2} dx$$

$$e) \int \frac{5x + 3}{x^2 - 3x + 2} dx$$

$$f) \int \frac{x + 1}{x^2 - x - 2} dx$$

$$g) \int \frac{1}{x^2 + 4x + 8} dx$$

$$h) \int \frac{1}{x^2 + x + 1} dx$$

$$i) \int \frac{x - 3}{(x - 1)^2 (x + 2)^2} dx$$

$$j) \int \frac{x + 1}{x(x - 2)(x + 3)^2} dx$$

$$k) \int \frac{x^4 + x + 1}{x^3 - x} dx$$

$$l) \int \frac{x + 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx$$

$$m) \int \frac{x^2 + 1}{(x - 2)^3} dx$$

$$n) \int \frac{x^5 + 3}{x^3 - 4x} dx$$

$$o) \int \frac{4x^2 + 17x + 13}{(x - 1)(x^2 + 6x + 10)} dx$$

$$p) \int \frac{3x^2 + 5x + 4}{x^3 + x^2 + x - 3} dx$$

$$q) \int \frac{x^3 + 4x^2 + 6x + 1}{x^3 + x^2 + x - 3} dx$$

$$r) \int \frac{x^4 + 2x^2 - 8x + 4}{x^3 - 8} dx$$

7. Calcule as áreas de (suponha $a > 0$ e $b > 0$) :

$$(a) E = \left\{ (x, y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1 \right\}, \quad (b) A = \{(x, y) : x \geq \sqrt{1 + y^2} \text{ e } 2x + y \leq 2\}.$$

EXTRA

1. Mostre que $xy = 1$ é a equação de uma hipérbole e determine sua equação padrão, focos, vértices, centro e assíntotas. Verifique que $y_0x + x_0y = 2$ é a equação da reta tangente ao gráfico de $xy = 1$ no ponto (x_0, y_0) , $x_0 > 0$.
2. A reta tangente à curva $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$, no ponto $P_0 = (x_0, y_0)$, intercepta os eixos nos pontos A e B . Mostre que a distância de A a B não depende de P_0 .
3. (Fórmula de Taylor de ordem 1, com resto integral) Se f'' é contínua em $[a, b]$,

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b - a) + \int_a^b (b - t) f''(t) dt.$$

4. (Fórmula de Taylor de ordem 2, com resto integral) Se f''' é contínua em $[a, b]$,

$$f(b) = f(a) + f'(a)(b - a) + \frac{f''(a)}{2}(b - a)^2 + \int_a^b \frac{(b - t)^2}{2} f'''(t) dt.$$

5. Determine o polinômio de Taylor de ordem 2, de f em volta de x_0 dado.

a) $f(x) = \ln(1 + x)$ e $x_0 = 0$

b) $f(x) = e^x$ e $x_0 = 0$

c) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $x_0 = 1$

d) $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 4$

e) $f(x) = \cos x$ e $x_0 = 0$

f) $f(x) = \sin x$ e $x_0 = 0$

6. Utilizando o polinômio de Taylor de ordem 2, calcule um valor aproximado e avalie o erro.

a) $\ln 1, 3$

b) $e^{0,03}$

c) $\sqrt[3]{8, 2}$

d) $= \sqrt{4, 1}$

e) $\cos 0, 2$

f) $\sin 0, 1$