MAT 143 - FCFUSP - Período Diurno
1º semestre de 2010
Prof. Oswaldo Rio Branco de Oliveira

Fórmulas: Volumes, Áreas e Comprimento

Seja $A = \{(x, y) : a \leq x \leq b\,, 0 \leq y \leq f(x)\}$, f contínua e positiva em $[a, b]$.

1. Volume do sólido gerado pela rotação de A, em torno do eixo x:
$$V = \pi \int_a^b f(x)^2\, dx \quad \text{ou} \quad V = \pi \int_a^b y^2\, dx\,, y = y(x)\ .$$
2. Volume do sólido gerado pela rotação de A, em torno do eixo y:
$$V = 2\pi \int_a^b x f(x)\, dx \quad \text{ou} \quad V = 2\pi \int_a^b xy\, dx\,, y = y(x)\ .$$
Suponhamos f não necessariamente positiva.
3. Volume de um sólido qualquer:
$$V = \int_a^b A(x)\, dx\ .$$
$A(x)$ é a área da intersecção do sólido de revolução gerado pela rotação de A em torno do eixo Ox com o plano perpendicular ao eixo x e passando pelo ponto de abscissa x.

Suponhamos, abaixo, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ positiva e com derivada contínua.

4. Área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico de f em torno de Ox:
$$A_x = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx\ .$$
5. Área da superfície de revolução gerada pela rotação do gráfico de f em torno de Oy:
$$A_y = 2\pi \int_a^b x\sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx\ .$$
6. Comprimento do gráfico de $f : [a, b] \to \mathbb{R}$, $f \in C^1$ mas não necessariamente positiva:
$$\text{comprimento}(\text{Gr}(f)) = \int_a^b \sqrt{1 + [f'(x)]^2}\, dx\ .$$
7. Comprimento de uma curva $\gamma(t) = (x(t), y(t))$, $\gamma : [a, b] \to \mathbb{R}^2$, γ de classe C^1:
$$\text{comprimento}(\gamma) = \int_a^b \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2}\, dt\ .$$