

Noções de Probabilidade e Estatística

Marcos N. Magalhães e Antonio Carlos P. Lima

Modificações na 6a. edição em relação à anterior

As principais alterações feitas no texto da 6a. edição são apresentadas a seguir. Correções de erros de português, mudanças de casas decimais e pequenas modificações de texto não são apresentadas. Os tópicos listados se referem a acréscimos ou modificações mais importantes. Novos exercícios foram incluídos e são apresentados ao final deste documento.

Capítulo 1

Página 17 - Exemplo 1.3: A redação foi alterada para clarificar e corrigir o cálculo dos quartis. Os valores observados são apresentados já ordenados e temos $Q_1 = 36$ e $Q_3 = 56$.

Página 31: Acrescentou-se um novo exercício (número 22) antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em uma unidade. O enunciado do novo exercício é apresentado ao final deste documento.

Capítulo 2

Página 50 - Exercício 5: A redação foi alterada. Especificou-se que o sortério das peças é feito *com reposição*. Além disso, foi incluído um novo item nas questões, cuja redação é:

- d. Indique as suposições utilizadas para resolver os itens anteriores. E se o sorteio for sem reposição?

A resposta para esse ítem é a seguinte: "*Supomos que as porcentagens de classificação são iguais às prob. na produção. Sem reposição, admite-se lote grande; sem alteração relevante de prob. nas várias retiradas.*"

Capítulo 3

Página 84 - Exercício 1: A redação foi alterada para clarificar o enunciado. A nova redação é a seguinte:

1. Um agricultor cultiva laranjas e também produz mudas para vender. Após alguns meses a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0,05 e, nesse caso, ela é escolhida para ser recuperada com probabilidade 0,5. Admita que o processo de recuperação é infalível. O custo de cada muda produzida é R\$ 1,00; acrescido de mais R\$ 0,50 se precisar ser recuperada. Cada muda é vendida a R\$ 3,00 e são descartadas as mudas não recuperadas de ataque de fungos. Estude como se comporta o ganho por muda produzida.

Página 85 - Exercício 4: Admita que se não houver falha, o tempo de conserto é zero.

Capítulo 4

Página 122 - Exercício 28: A redação foi alterada para clarificar o enunciado. A nova redação é a seguinte:

1. Admita que, em cada corrida de Fórmula 1, o motor tem 0,4 de probabilidade de quebrar, independentemente das corridas anteriores. Suponha que a equipe encerrará sua participação no torneio quando o motor quebrar pela primeira vez. Se o ganho acumulado da equipe (em milhares de reais) é $50C$, sendo C o número de corridas completadas por esse motor antes de quebrar, calcule:

Página 123: Acrescentou-se um novo exercício (número 32) antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em uma unidade. O enunciado do novo exercício é apresentado ao final deste documento.

Capítulo 5

Página 163: Três novos exercícios foram acrescentados (números 33, 34 e 35), antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em três unidades. O enunciado dos novos exercícios (e correspondentes respostas, quando pertinente) são apresentados ao final deste documento.

Capítulo 6

Página 190: A Figura 7.3 (Histogramas para valores simulados da Binomial) e correspondentes comentários, que estavam na página 226 do Capítulo 7, foram transferidos e inseridos antes da frase que começa com "Uma propriedade muito importante do modelo Normal...".

Página 200 - Exercício 19: A redação foi alterada para clarificar o enunciado. A nova redação é a seguinte:

1. Em uma empresa, o equipamento de ar condicionado trabalha continuamente, exceto quando ocorre alguma falha que causará uma interrupção e necessidade de manutenção. Vamos supor que pode haver, no máximo, uma falha por semana (7 dias), que ocorre com probabilidade 0,05. Em havendo falha, ela pode ocorrer em qualquer hora do dia (24 horas).
 - a. Se o expediente na empresa vai de 8 às 18 horas de segunda a sexta, qual a probabilidade de uma falha durante o expediente?
 - b. As falhas, durante o expediente, acarretam custos de R\$ 300,00 enquanto que nos demais horários o custo é de R\$ 200,00. Admita que se não houver falha, o custo é zero. Em 4 semanas, qual é o custo médio devido a falhas com o ar condicionado?

Capítulo 7

Página 226: A Figura 7.3 ("Histogramas para valores simulados da Binomial") foi transferida para o Capítulo 6, juntamente com os comentários pertinentes.

Página 235 - Exercício 5: Substitua o valor 0,35 por 0,34.

Página 241: Seis novos exercícios foram acrescentados (números 30 a 35), antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em seis unidades. O enunciado dos novos exercícios (e correspondentes respostas, quando pertinente) estão no final deste documento.

Capítulo 8

Página 253: Para clarificar o conceito de função poder, houve alterações na redação após o Exemplo 8.3.

Páginas 276 a 278 - Exemplo 8.12: O exemplo foi alterado a fim de considerar uma situação um pouco mais geral, em que o tamanho das amostras são diferentes. A primeira tabela do exemplo, que aparece no início da página 277, deve ser substituída pela seguinte tabela:

Estado Civil \ Filme	Policial	Comédia	Romance	tam. amostra
Solteiro	45	25	30	100
Casado	36	61	43	140
Divorciado	39	36	35	110
Viúvo	14	19	17	50
total	134	141	125	400

Conseqüentemente, o texto que segue deve ser modificado de acordo com os novos valores apresentados: a proporção de indivíduos que preferem filmes policiais é 134/400 e o valor esperado da preferência pelo gênero policial em cada subpopulação deve ser $100 \times 134/400$. Para as outras subpopulações, multiplicamos 134/400 pelos correspondentes tamanhos amostrais. A nova tabela de valores esperados, apresentada no meio da página 277 é:

Estado Civil \ Filme	Policial	Comédia	Romance	tam. amostra
Solteiro	33,50	35,25	31,25	100
Casado	46,90	49,35	43,75	140
Divorciado	36,85	38,78	34,37	110
Viúvo	16,75	17,62	15,63	50
total	134	141	125	400

As modificações introduzidas levam a um novo cálculo para a estatística qui-quadrado (página 278), que deve ser alterada para:

$$q_{obs}^2 = \frac{(45 - 33,50)^2}{33,50} + \frac{(36 - 46,90)^2}{46,90} + \dots + \frac{(17 - 15,63)^2}{15,63} = 13,29.$$

Assim, concluímos pela rejeição da hipótese nula, ou seja, a preferência de filmes não é a mesma nas diferentes subpopulações definidas pelo estado civil.

Página 280 - Exercício 3: Alteração na redação e inclusão de novo item. Substitua o enunciado pelo seguinte texto:

1. Uma máquina deve produzir peças com diâmetro de 2 cm. Entretanto, variações acontecem e vamos assumir que o diâmetro dessas peças siga o modelo Normal com variância igual a $0,09 \text{ cm}^2$. Para testar se a máquina está bem regulada, uma amostra de 100 peças é coletada.
 - a. Formule o problema como um teste de hipóteses.
 - b. Qual seria a região crítica se $\alpha = 0,02$?
 - c. Se a região de aceitação fosse $\{x \in \mathbb{R} \mid 1,95 \leq x \leq 2,05\}$, qual seria o nível de significância do teste? Nesse caso, determine a probabilidade do erro tipo II se $\mu = 1,95 \text{ cm}$.
 - d. Se para essa amostra, $\bar{x}_{obs} = 1,94$; qual a decisão em (b)? E em (c)?

A resposta para o item (d) é a seguinte: "Em (b) aceita e em (c) rejeita H_0 ".

Página 284 - Exercício 16: A fim de deixar o enunciado mais claro, a redação foi alterada para:

2. Um milionário dá uma grande festa e resolve fazer uma brincadeira com seus convidados (que a essa altura já estavam bem animados...). Dentre os presentes, tidos como bons degustadores de vinho, sorteia 30 pessoas e oferece a cada uma dois copos de champanhe, numerados 1 e 2, e solicita que indiquem qual deles tem champanhe importada (é obrigatório escolher um único copo). Na verdade, os dois copos contêm a mesma champanhe nacional! Deseja-se decidir se o "grupo" ainda é um bom provador de champanhe.
 - a. Indique como formular as hipóteses nula e alternativa para esse problema.
 - b. Que decisão você tomaria, ao nível de significância $\alpha = 0,08$ se 23 pessoas escolhessem o copo número 1?
 - c. E se 24 pessoas escolhessem o copo 2?

Página 285 - Exercício 22: Na relação dos valores da amostra, substituir o último valor apresentado (2533) por 2440.

Página 286 - Exercício 25: Incluir a seguinte frase no enunciado: "Acredita-se que essa variável não tem distribuição Normal".

Página 287 - Exercício 27: Foram introduzidas alterações na redação para clarificar o enunciado, segundo o texto a seguir:

3. Uma indústria registra, em cada semana, o número de dias em que ocorrem acidentes de trabalho. Para uma amostra de 200 semanas, verifique se os dados apresentados a seguir, aderem ao modelo Binomial com parâmetros $n = 5$ e $p = 0,2$ (use nível de significância de 10%).

No. de dias com acidentes	0	1	2	3	4	5
Frequência	64	56	40	24	8	8

Página 290: Foram acrescentados dois novos exercícios (números 39 e 40), antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em duas unidades. O enunciado dos novos exercícios (e correspondentes respostas, quando pertinente) são apresentados ao final deste documento.

Capítulo 9

Página 296: Correção no enunciado do Exemplo 9.3: $D_i = Y_i - X_i$.

Página 312: Correção de cálculo: $z_{obs} = -0,543$.

Página 337: Erro de digitação: deve ser 9,55 ao invés de 9,51 e 2,44 ao invés de 2,48.

Página 339: No Exemplo 9.21, a coluna do meio da tabela deve ser alterada. A tabela correta é apresentada a seguir:

i	$(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)^2$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	0,41	6,25
2	0,39	4,84
3	1,65	4,41
4	1,12	4,00
5	0,01	2,89
6	0,15	1,44
7	0,05	0,49
8	0,30	0,04
9	0,45	0,09
10	0,15	0,64
11	0,26	1,69
12	0,40	3,24
13	0,56	5,29
14	2,98	7,84
15	1,20	10,89
Total	10,09	54,04

Página 340: Com base nas modificações apontadas na tabela, a soma dos quadrados e o quadro de análise de variância se alteram. Reproduzimos a seguir os novos valores.

$$SQ_{Reg} = \hat{\beta}^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 2,44^2 \times 54,04 = 321,73 ;$$

$$SQ_{Res} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i)^2 = 10,09 .$$

A tabela de ANOVA para o modelo de regressão proposto é dada por:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F
Regressão	1	321,73	321,73	412,47
Residual	13	10,09	0,78	
Total	14	331,82		

Para $\alpha = 0,05$ obtemos, da distribuição de Fisher-Snedecor com 1 e 13 graus de liberdade, $f_c = 4,667$. Como $f_{obs} = 412,47 > f_c$, rejeitamos a hipótese H_0

Página 350: No Exercício 26 alguns valores foram alterados e uma somatória que faltava foi acrescentada. Seguem os novos valores:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i^2 = 18.862, \sum_{i=1}^{20} x_i y_i = 65.921 \text{ e } \sum_{i=1}^{20} y_i^2 = 235.270.$$

Página 351: Um novo exercício foi acrescentado (número 28), antes dos exercícios de computação, que tiveram sua numeração acrescida em uma unidade. O enunciado do novo exercício é apresentado ao final deste documento.

Apêndice B - Respostas dos Exercícios

Página 367 - Seção 2.3: No Exercício 5 (página 50 do Capítulo 2) foi incluído um novo item (d), cujo enunciado e resposta encontram-se acima.

Página 379 - Seção 7.4: No Exercício 5 (página 235 do Capítulo 7), após a alteração para 0,34 mencionada acima, as respostas corretas para os intervalos otimista e conservador são $[0,214; 0,466]$ e $[0,207; 0,473]$, respectivamente.

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 3 (página 280 do Capítulo 8), devido à alteração já mencionada no enunciado, o item (c) tem agora como resposta $\alpha = 0,0950$ e $\beta = 0,4996$. A resposta para o item (d) foi descrita antes e é repetida aqui: "Em (b) aceita e em (c) rejeita H_0 ".

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 19 (página 285 do Capítulo 8) a resposta do item (b) foi corrigida para: $[0,152; 0,348]$ com comprimento 0,196 (conservativo) ou $[0,165; 0,335]$ com comprimento 0,170 (otimista).

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 23 (página 286 do Capítulo 8) o valor correto para t_{obs} no item (d) é $-2,711$.

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 25 (página 286 do Capítulo 8), item (a) supor $\sigma^2 \simeq s^2$.

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 27 (página 287 do Capítulo 8), o valor correto de Q_{obs}^2 é 77,97.

Página 381 - Seção 8.6: No Exercício 37 (página 290 do Capítulo 8) a resposta para o teste de homogeneidade foi obtida após agrupamento.

Página 382 - Seção 9.3: No Exercício 4 (página 321 do Capítulo 9), o valor correto para t_{obs}^2 é 22,817.

Página 383 - Seção 9.5: No Exercício 3 (página 341 do Capítulo 9) no item (a), o valor correto da correlação é $-0,86$.

Página 385 - Seção 9.6: No Exercício 23 (página 349 do Capítulo 9), utilizando-se uma precisão um pouco maior, os valores da tabela ANOVA foram modificados. Os valores corrigidos são apresentados na ANOVA a seguir:

Fonte de Variação	Graus de Liberdade	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	F
Regressão	1	36,95	36,95	23,686
Residual	8	12,45	1,56	
Total	9	49,40		

Página 385 - Seção 9.6: No Exercício 27 (página 350 do Capítulo 9) o nível descritivo correto é 0,36.

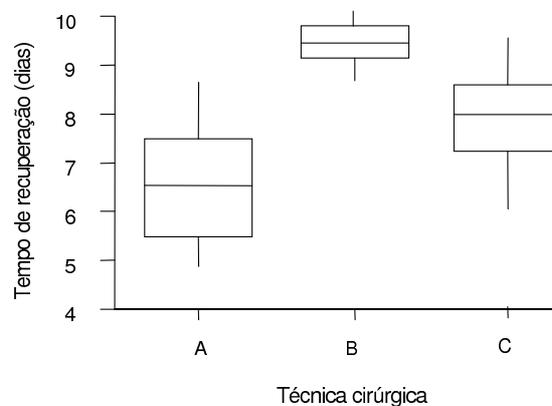
Novos Exercícios Incluídos na 6ª edição

Enunciados e respostas para exercícios ímpares são apresentados a seguir, por capítulo.

Capítulo 1.

Página 31: Um novo exercício foi incluído:

- 22.** Deseja-se comparar três técnicas cirúrgicas para a extração de dente de siso. Cada uma das técnicas foi aplicada em 20 pacientes e os resultados são apresentados a seguir.



- Encontre valores aproximados para a mediana de cada técnica.
- O *intervalo interquartil* é definido como a diferença entre o terceiro e o primeiro quartis. Calcule seu valor para cada uma das técnicas e comente.
- Discuta a variabilidade do tempo de recuperação em cada técnica.
- Se você é otimista, qual técnica escolheria?

Obs.: Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em uma unidade)

Capítulo 4.

Página 123: Um novo exercício foi incluído:

- 32.** Para um exame com 25 questões do tipo certo-errado, um estudante sabe a resposta correta de 17 questões e responde as demais "chutando".
- Calcule a probabilidade dele acertar pelo menos 90% das respostas.
 - Determine a média e a variância do número de acertos.
 - Suponha que nesse mesmo exame, um outro estudante saiba a resposta correta para 15 questões e tenha probabilidade de acerto nas demais de 0,7. Qual dos estudantes você espera que tenha melhor desempenho?
 - Nas mesmas condições do item (c), qual dos estudantes terá desempenho mais homogêneo?

Obs.: Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em uma unidade)

Capítulo 5.

Página 163: Três novos exercícios foram incluídos:

33. A caixa I contém uma bola vermelha e uma azul, enquanto que a caixa II contém duas vermelhas e uma azul. Um experimento consiste em escolher uma bola ao acaso da caixa I e passar para a caixa II e, em seguida, escolher uma bola da II e passar para a I. Sejam X e Y os números de bolas vermelhas nas caixas I e II, respectivamente.

- Calcule a conjunta de X e Y . Elas são independentes?
- Comente o que ocorre com a variável $X + Y$.
- Determine a média e a variância para cada uma das variáveis X e Y .

Respostas do exercício 33:

a. X e Y não são independentes:

(X, Y)	$(0, 3)$	$(1, 2)$	$(2, 1)$
p_i	$1/8$	$5/8$	$1/4$

b. $X + Y$ é constante.

c. $E(X) = 1,125$; $E(Y) = 1,875$; $Var(X) = 0,36$ e $Var(Y) = 0,36$.

34. Considere duas variáveis aleatórias independentes $U \sim Po(2)$ e $V \sim G(0,3)$. A partir dessas variáveis definimos outras duas da seguinte forma:

$$X = \begin{cases} 0 & \text{se } U = 0; \\ 1 & \text{se } U \geq 1; \end{cases} \quad \text{e} \quad Y = \begin{cases} -1 & \text{se } V = 0; \\ 0 & \text{se } V = 1; \\ 1 & \text{se } V \geq 2. \end{cases}$$

- Construa a conjunta de X e Y e determine $Cov(X, Y)$.
- Determine o valor esperado e a variância de $2X - 3Y$.

35. Duas moedas são lançadas simultaneamente. Uma delas é equilibrada e a outra tem probabilidade $2/3$ de sair face cara. Considere as variáveis U : total de caras observadas e V é uma Bernoulli que assume valor 1 se as duas faces são iguais.

- Determine a conjunta de U e V e verifique se são independentes.
- Calcule a média e a variância de $2U - V$.

Respostas do exercício 35:

a. U e V não são independentes:

(U, V)	$(0, 1)$	$(1, 0)$	$(2, 1)$
p_i	$1/6$	$1/2$	$1/3$

b. $E(2U - V) = 11/6$; $Var(2U - V) = 65/36$.

Obs.: Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em três unidades).

Capítulo 7.

Página 241: Seis novos exercícios foram incluídos:

30. Considere a variável X com distribuição Bernoulli de parâmetro p . Uma amostra aleatória de tamanho 2 é retirada com o objetivo de estimar a média de X . Dois estimadores são propostos: $\hat{\mu}_1 = \bar{X}$ e $\hat{\mu}_2 = 0,8 X_1 + 0,2 X_2$. Obtenha a distribuição amostral desses estimadores em função de p e discuta suas propriedades.

31. Sendo $X \sim b(n = 10, p = 0,5)$, pergunta-se:

- Para uma amostra de 2 observações dessa variável qual é a probabilidade da média amostral ser superior a 9? Justifique.
- Para uma amostra de 100 observações dessa variável qual é a probabilidade da média amostral ser superior a 4,7? Justifique.

Respostas do exercício 31:

- $21/2^{20}$. X_1 e X_2 independentes com distribuição $b(10; 1/2)$.
- Pelo T.C.L.; 0,9713.

32. Para estimar a média das alturas (em metros) numa certa população, dois institutos de pesquisa coletaram cada um a sua amostra e usaram estimadores diferentes. Os resultados estão na tabela abaixo:

	Tamanho	Estimador	Valor Observado
Instituto 1	$n_1 = 100$	$\hat{\mu}_1 = \bar{X}$	1,68
Instituto 2	$n_2 = 200$	$\hat{\mu}_2 = (max + min)/2$	1,73

Apresente justificativas ao responder as questões abaixo:

- Você acha que o valor 1,73 está mais perto da verdadeira média por ter vindo de uma amostra maior?
 - A verdadeira média deve estar no intervalo 1,68 até 1,73?
 - Indique qual das estimativas você preferiria usar.
33. O tempo de emissão de extratos, em segundos, pelo caixa eletrônico de um banco foi modelado segundo uma distribuição Exponencial com parâmetro 1/40. Para uma amostra aleatória de 50 clientes que solicitaram extratos:
- Qual a probabilidade do segundo cliente sorteado na amostra demorar mais de 30 segundos na sua solicitação?
 - Determine a probabilidade de que o intervalo médio de emissão, entre os clientes amostrados, seja inferior a 35 segundos?

Respostas do exercício 33:

- 0,472.
- 0,1894.

34. O tempo de espera, em minutos, na fila de votação numa certa zona eleitoral com urna eletrônica, foi modelado segundo uma distribuição Uniforme Contínua com valores entre 0 e 30. Para uma amostra aleatória de 100 eleitores, responda:

- Qual a probabilidade do último eleitor na amostra demorar mais de 20 minutos?
 - Qual a probabilidade da média da amostra ser inferior a 18 minutos?
 - Você deseja pedir a um amigo que espere um tempo t para lhe dar uma carona. Usando a média da amostra, qual deve ser o valor de t para não perder a carona com probabilidade 0,8?
35. Admita que o número de viagens ao exterior é uma variável aleatória, com a distribuição abaixo, sendo que o valor de θ depende da profissão exercida.

Núm. de viagens	$\theta - 2$	$\theta - 1$	θ	$\theta + 1$	$\theta + 2$	$\theta \in \{2, 3, 4, \dots\}$.
Probab.	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1	

Um indivíduo, sorteado aleatoriamente, indicou que fez 4 viagens ao exterior. Com base nessa informação, responda as questões abaixo:

- Quais são os valores possíveis de θ para a profissão do indivíduo escolhido?
- Dê uma estimativa para o valor de θ . Indique o critério utilizado.

Respostas do exercício 35:

a. $\theta = 2, 3, 4, 5$ ou 6 .

b. $\hat{\theta}_{1_{obs}} = 3$ (máx.prob.); $\hat{\theta}_{2_{obs}} = 3,8 \simeq 4$; (supor $\bar{x}_{obs} = E(\text{No. de viagens})$).

Obs.: Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em seis unidades)

Capítulo 8.

Página 290: Dois novos exercícios foram incluídos:

39. Um índice sobre qualidade de vida foi observado em uma amostra de 400 idosos. Os dados são apresentados a seguir.

Faixas	[0, 10)	[10, 20)	[20, 30)	[30, 40)	[40, 45)	[45, 50)
Freq.	7	15	32	55	48	60
Faixas	[50, 55)	[55, 65)	[65, 70)	[70, 75)	[75, 85)	[85, 100]
Freq.	55	56	28	20	18	6

a. Teste se a média do índice é ou não igual a 50.

b. Com base no item (a), verifique se o modelo Normal é adequado para este índice. Como ficaria sua resposta sem utilizar a informação do item (a)?

Respostas do exercício 39:

a. Aceita H_0 , $\alpha^* \simeq 0,1162$.

b. Usando (a) rejeita, $\alpha^* \simeq 0,0421$ (após agrupar, g.l. = $11 - 1 - 1 = 9$). Sem usar (a) aceita, $\alpha^* \simeq 0,0739$ (g.l. = $12 - 1 - 2 = 9$).

40. As tabelas a seguir contêm o número de pessoas segundo origem e opinião a respeito do aborto.

Masculino			Feminino		
Origem \ Opinião	A favor	Contra	Origem \ Opinião	A favor	Contra
Capital	10	45	Capital	55	40
Interior	18	90	Interior	22	20

a. Para cada sexo, verifique se origem e opinião são independentes.

b. Combine as informações em uma única tabela desconsiderando sexo e teste novamente a independência das variáveis.

c. Discuta os resultados obtidos em (a) e (b).

Obs.: Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em duas unidades)

Capítulo 9.

Página 351: Um novo exercício foi incluído:

28. A quantidade de chuva é um fator importante na produtividade agrícola. Para medir esse efeito, foram anotadas, para 8 regiões diferentes produtoras de soja, o índice pluviométrico e a produção do último ano.

Chuva (mm)	120	140	122	150	115	190	130	118
Produção (ton)	40	46	45	37	25	54	33	30

- Faça um gráfico de dispersão e calcule o coeficiente de correlação. Comente o resultado.
- Ajuste a reta de regressão. Como você interpretaria o coeficiente β ?
- Utilizando a reta ajustada no item (c), encontre a produção esperada para uma região com índice pluviométrico igual a 160 mm.
- É adequado utilizar o modelo ajustado para calcular a produção em uma região cujo índice pluviométrico é igual a 30 mm? Comente.

Obs.: *Note que os exercícios subsequentes tiveram sua numeração alterada (acrescida em uma unidade).*